

実河川流速場推定の劣決定問題に対する物理制約付き深層学習の適用

新潟大学大学院 自然科学研究科
新潟大学大学院 自然科学研究科
新潟大学 ビックデータアクティベーション研究センター
新潟大学 災害・復興科学研究所

学生会員 ○大川原 大智
学生会員 大原 由暉
正会員 茂木 大知
正会員 安田 浩保

1 はじめに

広域的な河川観測において、レーダの適用性が実河川で実証されている¹⁾。先行研究では、水面エコー画像の移動を追跡する画像解析に基づき流速場を推定してきたが、これは表面パターンの移流を利用した間接的推定であり、流体運動そのものを直接的に捉える手法としては限界がある。一方、ドップラーレーダは、水粒子の運動に伴うドップラーシフトを計測することで、流速を直接観測できるという利点を有する。従って、ドップラーレーダ観測は、河川流速場の直接的かつ広域的な計測を可能にする有力な手段である。しかし、ドップラーレーダでは観測点を原点とした極座標系上で r 方向流速のみを計測するため、得られる情報は流速ベクトルの一成分に限られる。

流速の一方成分を既知として、流速場を推定する問題は、典型的な劣決定問題となる。従来、この種の劣決定問題の解法には、共役勾配法やSOR法など、格子点上の離散ベクトルを解の表現とする数値最適化手法が用いられてきた²⁾。これらの手法は離散格子上的変数を未知量として扱うため、データの空間分布や境界条件に応じた柔軟な表現には限界がある。近年、連続関数を直接推定し、離散化格子に依存しない手法として深層学習の適用が進められている。特に、支配方程式を損失関数に組み込み、物理法則に整合した関数近似を実現する Physics-Informed Neural Networks (PINNs) が提案され、流体解析や逆問題への応用が注目されている³⁾。PINNsは、観測データ損失と支配方程式の残差を単一の損失関数内で同時に最適化することで、データと物理モデルの整合を保ちながら連続的な場を推定できる。この特徴は、観測点が極座標上で不均一に分布するようなドップラーレーダ観測において特に有効と考えられる。

そこで、本研究では、ドップラーレーダ観測による極座標データを対象とし、観測座標系に整合した PINNs の定式化を行うことで、観測点分布が偏在する状況下でも物理的に整合した流速場の復元を試みる。

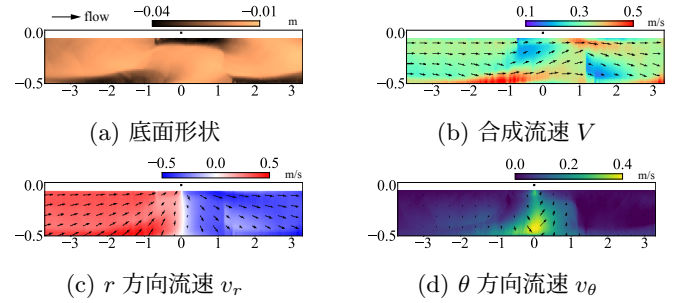
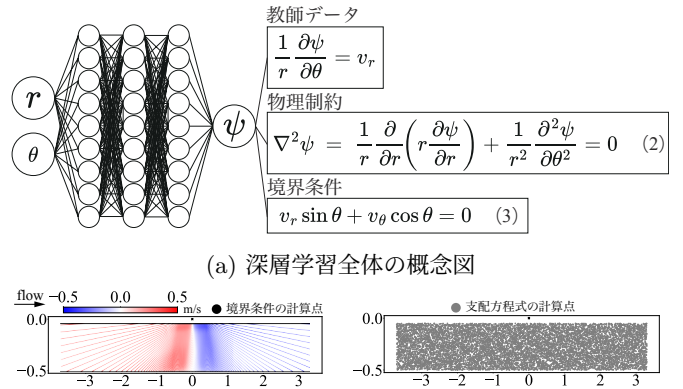


図-1: iRIC⁵⁾ による数値解 (底面形状は計測データ)。流速成分は×(観測点)を中心とした極座標系で表示している。



(b) 極座標配置の r 方向流速 v_r (c) ラプラス方程式の計算点および境界条件の計算点

図-2: PINNs 概念図および各損失項の計算点

2 問題設定と条件

本研究では、PINNsを用いて、観測可能な r 方向流速 v_r から全体の流速場 $V = (v_r, v_\theta)$ を復元することを目的とする。この時、教師データの座標系を極座標に配置し推定精度を評価する。

2.1 実験条件

対象とする水路は、全長7 m、水路幅0.45 m、勾配1/143の矩形断面を有する模型水路である。河床形状は、流量 $Q = 2.2$ L/sを与えた $Fr=0.96$ の条件下で砂州が十分に発達した時刻に、Stream Tomography (ST)⁴⁾によって計測を行った。河床形状を図-1aに示す。この時の流速は、河床高と粗度係数 $n=0.014$ の条件におけるiRICの数値解(図-1b,c,d)を用いた。(b)は合成流速場を表し、(c)(b)は極座標系で成分分解をした r 方向流速・ θ 方向流速を示す。

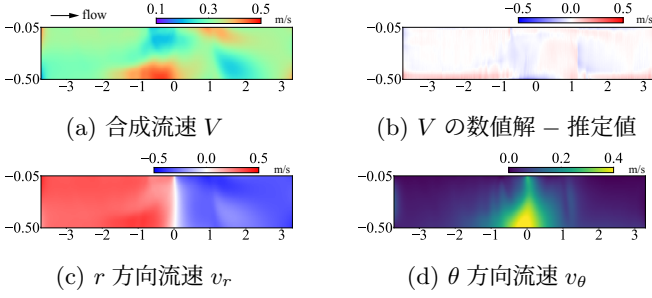


図-3: r 方向流速 v_r に基づく PINNs の推定結果

2.2 ニューラルネットワークの設計

本研究の深層学習モデルでは、入力を極座標 (r, θ) 、出力を流れ関数 ψ とした。PINNs モデルの概念図を図-2a に示す。 r 方向流速 v_r 、 θ 方向流速 v_θ と流れ関数 ψ の関係は次式で表される。

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (1)$$

流れ関数 ψ を導入することで、非圧縮条件すなわち連続式を自動的に満たすことができる。学習では、 ψ をニューラルネットワークの出力として、誤差逆伝播法に基づく連鎖律により自動微分を行い、各流速成分 (v_r, v_θ) を算出した。

PINNs の損失関数 L は、データ損失項、方程式損失項、および境界条件損失項の三つから構成される。

$$L = 10^3 L_{\text{data}} + 10^0 L_{\text{PDE}} + 10^3 L_{\text{BC}} \quad (2)$$

ここで、 L_{data} は教師データに基づく r 方向流速の損失、 L_{PDE} は支配方程式の損失、 L_{BC} は側壁境界条件の損失を表す。各項は平均二乗誤差によって評価する。まず、 L_{data} は観測可能な r 方向流速 v_r と、流れ関数 ψ の微分から得られる v_r との誤差である。この項は流れ関数の微分を含むため形式的には方程式損失に分類されるが、本論文では明示的に与える支配方程式と区別するためデータ損失として扱う。教師データは、極座標配置とし r 方向分解能 1 cm、 θ 方向分解能 1 度とし、直交座標系で計算される図-1c を、極座標系に変換した図-2b を用いた。方程式損失 L_{PDE} には、渦なし・非圧縮流れを仮定した極座標系のラプラス方程式を組み込む (図-2a 内、式 (2))。図-2c には、 L_{PDE} の計算点を示す。境界条件損失 L_{BC} では、側壁方向の流速成分がゼロとなる条件を課した (図-2b 内、式 (3))。側壁方向の流速は、流れ関数から推定された (v_r, v_θ) を側壁方向成分に分解して評価している。図-2b に、 L_{BC} の計算点を示す。

ニューラルネットワークの構造は、中間層 3 層、層あたり 256 ニューロンとし、活性化関数には tanh を用いた。学習率は 10^{-3} 、最適化手法は Adam、学習の繰り返し回数は 500,000 回とした。

表-1: 各推定結果の精度

$V(\text{m/s})$	$v_r(\text{m/s})$	$v_\theta(\text{m/s})$	v_r/v_0	v_θ/v_0
3.4×10^{-2}	2.8×10^{-2}	3.2×10^{-2}	10.6%	12.3%

3 推定結果

推定結果を図-3(a)(c)(d) に示す。数値解と良好に一致していることが分かる。これは、支配方程式と境界条件による正則化が適切に作用しているためであると考えられる。推定結果の RMSE と等流流速で正規化した結果を表-1 に示す。誤差が約 10% の精度で評価できていることが確認できる。次に、数値解と PINNs による推定値の差を図-3b に示す。水路右岸側が顕著に精度が悪いことが確認された。これは、極座標系の教師データは観測点付近で高密度に分布し、半径方向外縁では疎となるため、極座標系特有のデータ不均一性の影響と考えられる。

4 終わりに

本研究では、レーダ観測のような極座標系データを対象として、劣決定問題に対する PINNs の適用を試みた。その結果、支配方程式および境界条件を損失関数に組み込むことで、観測成分が r 方向流速のみである場合でも、全体の流速場を良好に復元できることを示した。また、PINNs による推定結果が、物理的整合性を保ちながら連続的な流速場を再構築できる点を確認した。

一方で、教師データが観測点付近で高密度、外縁部で疎となる極座標系特有の分布を持つ場合、推定精度が空間的に不均一となることが明らかになった。このことから、PINNs はデータ密度や配置に依存する性質を有しており、観測点分布の偏りを補正する学習設計が課題である。

今後は、PINNs による推定結果を、共役勾配法や SOR 法などの従来の数値的逆解析手法と比較し、推定精度・一意性・計算効率の観点からその適用限界と有効性を検証する。

参考文献

- 1) I. A. Humam, S. Takewaka: Estimations of surface velocity distributions from X-band radar images during floods observed at the mouth of Tenryu River, Japan,
- 2) 泉谷尊司, 小林雄一: 海洋レーダによるレンジ方向の流速成分を用いた海表面流速場の推定法に関する研究
- 3) Y. Ohara, D. Moteki, S. Muramatsu, K. Hayasaka and H. Yasuda: Physics-informed neural networks for in version of river flow and geometry with shallow water model, Phys. Fluids, 36(10), 2024.
- 4) D. Moteki, T. Murai, T. Hoshino, H. Yasuda, S. Muramatsu and K. Hayasaka: Capture method for digital twin of formation processes of sand bars, Phys. Fluids, 34, 034117, 2022.
- 5) 河川シミュレーションソフト iRIC : <http://i-ric.org/>