

物理法則を課した深層学習による実河川の平面二次元流れの推定

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 ○大原 由暉
新潟大学 BDA 研究センター 正会員 茂木 大知
新潟大学災害・復興科学研究所 正会員 安田 浩保

1 はじめに

近年の気候変動による降雨の増加により、洪水を安全に流下させる河道設計の重要性が高まっている。これには、洪水時の平面的な流れと河床形状を把握する必要がある。

これらの実測は困難であるため、洪水前に測定した河床形状を初期条件とする河床変動計算が用いられる。しかし、入力となる河床形状の広範囲かつ詳細な測定が難しいことや、土砂輸送モデルの妥当性が不十分であることから、計算結果は実現象と乖離することが多い。このような数値計算の課題を解決するため、洪水中に観測可能なデータを用いた逆解析による未知の水理量の推定が行われる。

河川の逆解析は、洪水時に比較的取得が容易な表面流速分布を用いることで、主に水深推定が行われてきた。しかし、目的は流量観測の精度向上であり、対象が単一横断面に留まる^{1),2)}ため、平面的な逆解析の事例は限られている。

本研究では、実河川の平面的な流れと河床形状の推定を目的とし、画像解析による表面流速データへ Physics-informed neural networks(PINNs)³⁾を適用する。先行研究⁴⁾では模型スケールの数値実験で河川の逆解析における PINNs の適用性を示したが、本稿ではこれを実河川の実測値に拡張する。実河川において、特に実測の難しい水深の情報を直接には一切与えず、物理法則から間接的に推定した水深を ADCP による測定結果と比較し、その妥当性を示す。

2 方法

2.1 ニューラルネットワークの構造

入力値は x, y 座標、出力値が z, h, u, v であるニューラルネットワークを独立して定義する。

$$\tilde{f}_i = NN_i(x, y; \mathbf{w}_i, \mathbf{b}_i) \quad (i = z, h, u, v) \quad (1)$$

ここで、 $\tilde{f}_i$ は各変数の出力値、 $\mathbf{w}_i, \mathbf{b}_i$ は重みとバイアスを表し、ネットワークは損失関数により接続される。本研究では粗度係数 n_m を推定対象として扱うが、ニューラルネットワークの重みとして最適化することにより推定する。

2.2 深層学習へ組み込む物理法則

本研究で対象とする流れは、平面二次元の定常流れである。ニューラルネットワークへ組み込む支配方程式は、局所項を省略した浅水流方程式で、次の通りである。

$$\partial_x \begin{pmatrix} hu \\ hu^2 \\ huv \end{pmatrix} + \partial_y \begin{pmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -gh\partial_x H - \tau_x/\rho \\ -gh\partial_y H - \tau_y/\rho \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、 x は流下方向、 y は横断方向、 h は水深、 u は x 方向流速、 v は y 方向流速、 H は水面高、 g は重力加速度、 τ は河床せん断力、 ρ は水の密度である。マニング式を用いることで河床せん断力は次式で表される。

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{gn_m^2 \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{1/3}} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで、 n_m はマニングの粗度係数である。

2.3 定常流れにおいて冗長に組み込む物理法則

本研究で対象とするのは定常流れであり、式 (2) 内の連続式に加えて質量保存則に基づく冗長な物理制約を導入する。定常状態では各横断面における流量が河道全体にわたって一定となるため、以下の関係が成立する。

$$Q_c = \int_B \sqrt{(uh)^2 + (vh)^2} dn, \quad (4)$$

ここで、 Q_c は定常状態における流量、 n は任意の横断方向、 B は n 方向に沿った川幅である。

2.4 損失関数

学習により最小化する総損失 L は、式 (2)、(3) に基づく損失 L_{PDE} 、式 (4) に基づく損失 L_Q 、学習データに基づく損失 L_{ref} で表される。 L を構成する損失は平均二乗誤差とし、学習の収束を目的として重み係数の設定を行う。

$$L = \lambda_1 L_{\text{PDE}} + \lambda_2 L_Q + \lambda_3 L_{\text{ref}} \quad (5)$$

ここで、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ は任意の定数である。

2.5 学習パラメータの設定

隠れ層の数は8層、各層のニューロン数は60とした。各層の結合は全結合で、活性化関数には tanh 関数を適用する。出力層について、水深 h は物理的に正值、 x 方向流速 u も事前に正值が予想されるため、それぞれ Softplus 関数を適用し、 z と v には恒等関数を適用した。学習率は 0.0001 で固定し、最適化アルゴリズムには Adam を用いた。

3 対象河川

本研究は、信濃川の小千谷水位観測所付近を対象として行った。UAV による水面の動画撮影および ADCP による

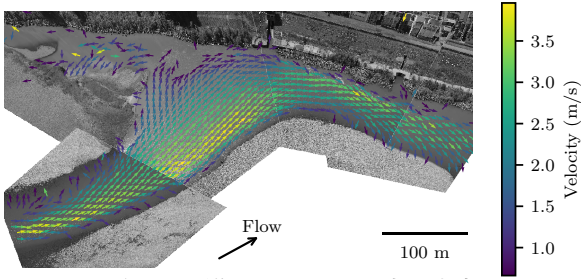


図-1 オルソ化した画像と PIV による表面流速のベクトル図

測定は 2023 年 10 月 1 日 12 時頃に実施した。観測時の水位は 42.30 m であり、平常状態であった。

4 PINNs の設定

4.1 学習データ

図-1 に、実測値の学習データである PIV 解析によって取得した表面流速を示す。また、側壁境界で v/u が境界形状の接線方向の傾き $\partial y/\partial x$ と一致する条件を学習データとして与え、推定される流速が側壁に沿う条件を課した。

4.2 物理法則の学習

式 (2) の学習は、図-1 において河道の範囲を手動で定義し、その範囲内で残差点を 3000 点サンプリングして行った。残差点は一定のイテレーションごとに再サンプリングすることにより、河道全体で学習が進行するようにした。式 (4) の学習には定常の流量 Q_c が必要となるが、これには水文水質データベース⁵⁾で公開されている数値を用いた。

4.3 損失関数の重み

式 (5) で定義される損失関数 L は、学習の安定した収束を目的として各項に以下の重みを設定した。

$$L = 10^2 L_{\text{obs}} + 10^0 L_{v/u} + 10^5 L_{\text{PDE}} + 10^{-3} L_Q \quad (6)$$

ここで、 L_{obs} は表面流速の損失、 $L_{v/u}$ は側壁境界の損失、 L_{PDE} は方程式の損失、 L_Q は質量保存則の損失である。

5 結果

図-2 に、(a)PINNs による水深の推定値、(b)ADCP による水深の実測値を示す。なお、両者のカラースケールは比較のため統一している。水深に加えて流速と河床高の推定値が得られているが、紙面の都合上省略する。

(a)PINNs と (b) 実測値を比較すると、水深が上流側で深く、川幅の拡大に応じて浅くなり、下流で再び深くなるという全体的な傾向の一致が確認できる。特に、下流側において左岸側が深くなる分布を PINNs は適切に表現できており、表面流速から水深分布を推定できることが示された。

一方で、(a)PINNs は (b) 実測値と比較して空間的に平滑化された分布となっている。これは、解析領域に対して学習データが高波数成分を含むため、モデルが十分に学習で

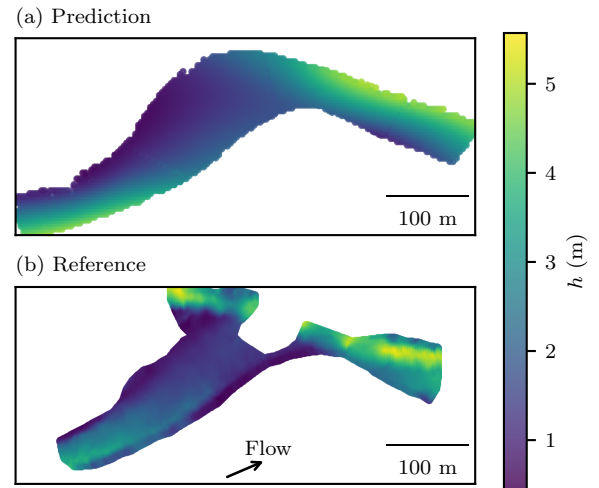


図-2 (a)PINNs による水深の推定結果、(b)ADCP による水深の測定結果

きなかったためと考えられる。この対策として、解析領域を分割することで各領域での相対的な波数が低減し、モデルの学習が進行することで推定精度の向上が期待できる。

また、本手法では直接の測定ができない粗度係数を同時に推定している。PINNs の推定値は 0.03、河床材料の粒径から計算した値は 0.025 であり、概ね妥当な結果となった。粗度係数の一致は、その他の変数の推定結果に対する間接的な妥当性を示している。

6 終わりに

本研究では、実河川の表面流速データに PINNs を適用し、平面的な流れと河床形状を推定する手法の妥当性を検証した。推定水深と ADCP の実測値と比較した結果、全体的な傾向が一致し、本手法の有効性を示した。一方で、推定結果は高波数成分を表現できず平滑化される課題が明らかになった。今後は、解析領域の分割によるスペクトルバイアスの緩和と、ADCP で測定した鉛直流速分布の活用により、推定精度の向上と適用限界の明確化に取り組む。

参考文献

- 1) 椿涼太, 加藤敦貴: 実河川の可視化表面流速分布データを利用した水深分布の推定に関する研究, 河川技術論文集, 第 16 巻, pp.143-pp.148, 2020.
- 2) 吉村英人, 椿涼太, 大森嘉郎, 藤田一郎: 河川表面の時空間画像を用いた波の分散関係に基づく横断水深分布の推定, 土木学会論文集特集号 (水工学), Vol.81, No.16, 2025.
- 3) M. Raissi, P. Perdikaris and G.E. Karniadakis: Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *J. Comput. Phys.*, 378, 686–707, (2019)
- 4) Ohara, Y., Moteki, D., Muramatsu, S., Hayasaka, K. and Yasuda, H.: Physics-informed neural networks for inversion of river flow and geometry with shallow water model, *Phys. Fluids*, 36 (10), 106633, 2024.
- 5) 国土交通省 水文水質データベース, <http://www1.river.go.jp/>