

# 物理制約を課した深層学習を用いた 平面二次元流れにおける掃流砂量の空間微分値の推定

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 ○茂木 陽平  
新潟大学 BDA 研究センター 正会員 茂木 大知  
新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 大原 由暉  
新潟大学災害・復興科学研究所 正会員 安田 浩保

## 1 はじめに

洪水時には 5m を超える洗掘などの河床変動が起きることがある．大規模な河床形状の変化は，堤防の欠損や河川構造物の損壊の主要因となることから，河床変動量の正確な観測は，河道管理上の重要な課題である．しかし，洪水中の濁流かつ高速流の条件下において，水面下の河床形状を平面的かつ時間的に連続に観測する手法は確立されていない．そのため，洪水時における河床変動の履歴を推定するために，洪水前後の河床形状と整合するよう，数値解析による推定が行われる．しかしながら，流れによって駆動される掃流砂量を推定する掃流砂量式の精度が制約となり，数値解析による河床変動の再現には限界がある．

そこで，数値計算とは異なり，掃流砂量式を用いることなく河床変動の履歴を推定する手法として，Physics-Informed Neural Networks (PINNs) を用いた先行研究<sup>1)</sup>が挙げられる．先行研究<sup>1)</sup>では，大原ら<sup>2)</sup>の手法により水理量を得ることを仮定し，流砂の連続式を物理法則とした PINNs により，水面から観測可能な水理量から二次元流れ場における河床高の時間変化 ( $\partial z/\partial t$ ) と掃流砂量の空間変化 ( $\partial q_b/\partial x$ ) の推定が可能であることを示している．掃流砂量  $q_b$  ではなく， $\partial q_b/\partial x$  を推定対象とすることで，実測がほとんど困難な  $q_b$  を必要とせずに，河床変動の履歴を推定できることを示唆している．そこで，本研究では先行研究<sup>1)</sup>の PINNs を平面二次元流れに拡張し，砂州が発達した流れ場を対象として，河床高の時間変化と掃流砂量の空間変化の推定を行い，その時間方向における内挿能力の評価を行なった．

## 2 問題設定

本研究でも，先行研究<sup>1)</sup>と同様に大原ら<sup>2)</sup>の手法によって水理量を得られることを仮定し，掃流砂量式を直接与えない PINNs による河床高の時間変化と掃流砂量の空間変化の内挿を行う．PINNs の入力値となる水理量は，数値解析の計算結果を使用する．数値解析は，iRIC<sup>3)</sup> に同梱される Nays2D ソルバーを用いた．初期条件として，河幅 0.42 m，流下方向 8.01 m の水路底面に河床材料の粒径規

表-1: 数値解析の計算条件

| $Q$ (m <sup>3</sup> /s) | $i_b$ (-) | $n$ (m <sup>-1/3</sup> ·s) | $d$ (m) | $\tau_{*c}$ (-) |
|-------------------------|-----------|----------------------------|---------|-----------------|
| 0.003                   | 1/100     | 0.014                      | 0.00076 | 0.034           |

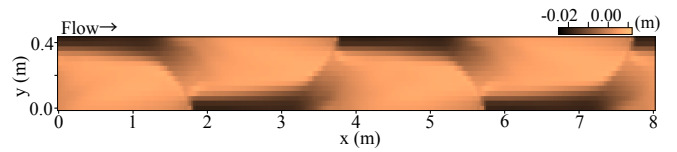


図-1: 5880 秒時点における河床形状

模の乱数を与えた．計算条件は，表-1 のとおり， $Q$  は流量， $i_b$  は河床勾配， $n$  はマンニングの粗度係数， $d$  は河床材料の粒径， $\tau_{*c}$  は無次元限界掃流力である．計算格子は 3 cm，計算時間は 8000 秒とし，河床変動計算には，流砂の連続式 (1) と掃流砂量式として芦田・道上式を用いた．

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left( \frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

ここで， $z$  は河床高， $t$  は時刻， $x, y$  は流下方向，横断方向の空間座標， $q_{bx}, q_{by}$  は，流下方向・横断方向の単位幅掃流砂量， $\lambda$  は空隙率である．

## 3 PINNs による推定方法

### 3.1 ニューラルネットワークの構造

河床高  $z$ ，無次元掃流力  $\tau_*$ ，流下方向・横断方向の流速  $u, v$  を推定するモデルの入力値は時刻  $t$  と空間座標  $x, y$  とした．単位幅掃流砂量は無次元掃流力の関数と考えられるため，水深平均流速方向の単位掃幅流砂量  $q_b$  を推定するモデルの入力値は無次元掃流力  $\tau_*$  とした．

### 3.2 物理法則と教師データの設定

深層学習へ組み込む物理法則は式 (1) に示した流砂の連続式のみと設定することで，掃流砂量式を直接組み込まずに，各微分項の推定を実施した．本研究では，砂州が発達した河床形状を推定対象とするために，計算開始から 5880, 5940, 6000 秒までの 3 時刻を推定対象とした．図-1 に 5880 秒時点での河床形状を示す． $z, \tau_*, u, v$  の教師データは，先行研究<sup>2)</sup>の手法によって得られる水理量と仮

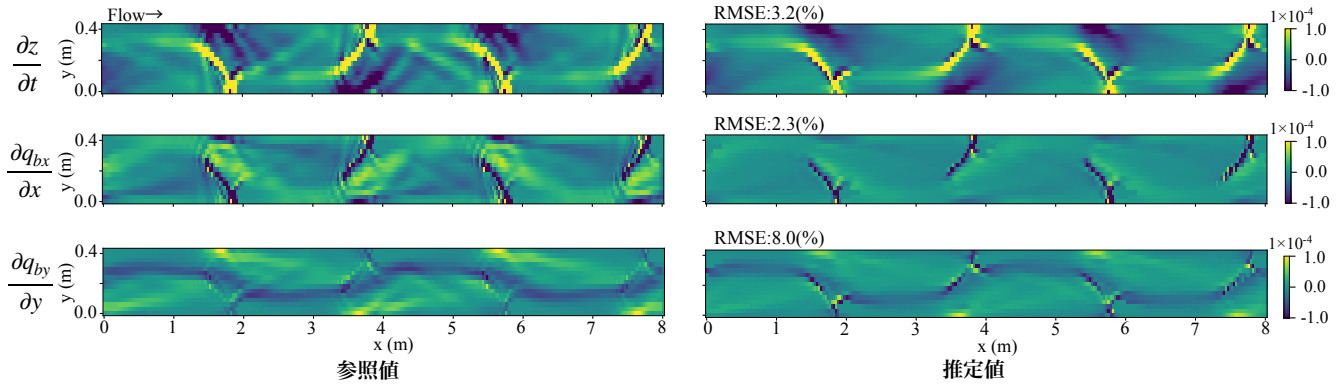


図-2: 5910 秒時点における推定結果

定し、全ての値を 3 時刻分与えた。一方で、 $q_b$  の教師データは与えずに、学習を実施した。

### 3.3 学習パラメータの設定

学習は 50,000 回反復し、最適化手法には Adam を用いて学習率は 0.001 とした。全てのニューラルネットワークで隠れ層の数は 6 層、一層あたりのニューロン数は 50、活性化関数には tanh を用いた。学習によって最小化する総損失  $L$  を構成する各損失は平均二乗誤差とした。試行錯誤の結果、以下の式 (2) のように各損失に対して異なる重み係数を設定した。

$$L = 10^6 L_{PDE} + 10^0 L_z + 10^2 L_\tau + 10^0 L_u + 10^0 L_v \quad (2)$$

ここで、 $L_{PDE}$  は物理法則に基づく損失、 $L_z, L_\tau, L_u, L_v$  は各物理量の教師データに基づく損失を示す。

## 4 推定結果と考察

教師データを与えていない時刻における内挿能力を評価するため、計算開始から 5910 秒時点における推定結果の評価を行う。図-2 には、5910 秒時点における  $\partial z/\partial t$ 、 $\partial q_{bx}/\partial x$ 、 $\partial q_{by}/\partial y$  の推定結果を示す。図の左列が数値解析による参照値、右列が PINNs による推定値のコンター図を示す。各微分項の内挿能力の評価指標として、本研究では各微分項のスケールで規格化した RMSE を用いる。図-2 には、規格化した RMSE も示した。各微分項の分布に着目すると、 $\partial z/\partial t$  の推定値は砂州の前縁部における正の分布、洗掘部下流域における負の分布を捉えていることが分かる。 $\partial q_{bx}/\partial x$  は、砂州の前縁部付近における正負の分布が過小に推定されていることが確認できる。 $\partial q_{by}/\partial y$  においても、砂州の前縁部における負の分布、洗掘部下流域における正の分布が過小に推定されていることが読み取れる。一方で、いずれの微分項に共通して、概ね分布は一致しており、RMSE も 10% 未満となることが確認できることから、5910 秒時点においては河床高や流砂量の変動傾向を推定可能であると考えられる。

時間ごとの内挿能力を評価するために、規格化した RMSE

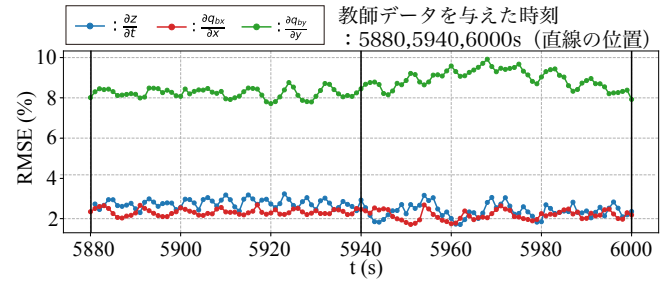


図-3: RMSE の時間変化

の時間変化の評価を行う。図-3 に RMSE の時間変化を示す。 $\partial z/\partial t$ 、 $\partial q_{bx}/\partial x$  の 2 つの微分項は、RMSE が 2% 前後で推移していることが確認でき、 $\partial q_{by}/\partial y$  は 8% から 10% の間で推移していることが分かる。

これらの結果より、対象とした流れ場において、本研究で構築した PINNs により、 $\partial z/\partial t$ 、 $\partial q_{bx}/\partial x$ 、 $\partial q_{by}/\partial y$  の時間方向の内挿能力があると示された。このことから、教師データを与えていない時刻においても、時間方向の内挿については、各微分項の分布の傾向を推定することが可能であり、本研究の手法により、任意の時間・地点において、河床高の堆積・洗掘傾向を推定し、その原因となる流砂量の変動について推察できる可能性が示唆された。

## 5 終わりに

本研究では、先行研究<sup>1)</sup>の PINNs を平面二次元流れに拡張し、砂州が発達した流れ場を対象として、河床高の時間変化と掃流砂量の空間変化の推定を行い、その時間方向における内挿能力の評価を行なった。その結果、本研究で構築した PINNs により、対象とした流れ場において、各微分項の時間方向の内挿能力があることを示した。

### 参考文献

- 1) 茂木大知, 茂木陽平, 大原由暉, 安田浩保, 洪水時河床変動の時間的・空間的変動に向けた流砂連続式を制約とする深層学習の概念実証, 土木学会論文集特集号 (水工学), 2026 (掲載決定).
- 2) Y. Ohara, D. Moteki, S. Muramatsu, K. Hayasaka and H. Yasuda: Physics-informed neural networks for inversion of river flow and geometry with shallow water model, *Phys. Fluids*, 36(10), 2024.
- 3) 河川シミュレーションソフト iRIC : <http://i-ric.org/>.