# 分散関係式から推定した流況と水面形状の妥当性検証

新潟大学大学院自然科学研究科	学生会員	○田所 祐輝
新潟大学 BDA 研究センター	正会員	茂木 大知
新潟大学 災害・復興科学研究所	正会員	安田 浩保

# 1 はじめに

砂礫で構成される河床には,河床波と称された異なるス ケールを持つ周期的な起伏形状が自発的に形成される.こ れらの河床波は,スケールが小さい順に砂漣,砂堆,砂州 に区分され,その発生・発達機構が理論的・実験的研究か ら明確にされてきている.しかし,これらの河床波の発生・ 発達機構は,理論的見解とは異なる観測事実が種々の研究 から<sup>1)2)</sup>指摘されているため,解明に至っていない.

三種の河床波の発生・発達機構を解明するには,これら の発生と発達の過程において時事刻々と変化していく河床 形状の区分を正確に判別し,その上での分析が求められる. しかし,上記の三種の河床波を区分する支配物理量はそれ ぞれ異なり,河床波の発生・発達機構の解明に適した河床 波の統一的区分指標は筆者の知る限りはなかった.

著者らは、砂州上と砂堆・砂漣上の鉛直方向流速分布の 卓越度合いが異なるものと仮定し,微小振幅波理論から得 られる分散関係式において鉛直方向流速分布の卓越度合い を表す水深波長比を用いることで、河床波上の流況の変化 から河床波を区分<sup>3)</sup>できることを示している.この研究を 通し、図-1 に示すように、分散関係式から得た水深波長 比と河床勾配を2軸とする平面上においては、三種の河床 波の種別を統一的に識別できることが明らかとなった. ま た,砂州上の流れは鉛直方向流速が流下方向流速に比べて 無視できるほど小さい浅水流、砂堆・砂漣上の流れは鉛直 方向流速が流下方向流速に比べて無視できない非浅水流で あることを示唆する結果も得た.この他、分散関係式は波 形形状の存在による流線の湾曲が水面付近まで到達するか を算定できることから、水深波長比に基づき河床形状が水 面に投影され得るかどうかを推定できる可能性を示す結果 も得ている.ただし、分散関係式から推定した流れや水面 形は、水面は平坦であることを仮定し、粘性や非静水圧性 の効果は無視するため、その妥当性についての検証は必要 である.そこで、本研究では、粘性と非静水圧の効果を考 慮した水深方向の流速分布を算定できる流れの解析法を用 い、分散関係式により鉛直方向流速分布と水面波形の卓越 度合いの変化をどれほど推定できるかを調べた.



図-1: 水深波長比に基づく統一的な河床波の区分

# 2 解析手法

本研究では Deltf 3D-FLOW<sup>4)</sup> と称されるナビエ・ストー クス方程式を支配方程式とした 3 次元流れ解析手法を用い た。水深波長比の違いによる流況の変化を考察するため、 各河床波の水深波長比に該当するように、波長のみを変数 とした以下の計算条件を設定した。川幅は5 m で,底面に は河床波を sin 波で模擬した起伏形状が5 つ存在するよう に河道形状を設定した.この起伏形状の波高は初期の水深 に対して,20%となる河床波の波高を設定した.格子分割 数は,縦断方向は一波長を 30 分割,横断方向には川幅を 10 分割、鉛直方向は水深を 100 分割する大きさに設定し た.波形形状の存在区間の前後には助走区間を設定してお り,縦断方向に 10 m でその格子は 20 分割している.境界 条件として、等流水深が 0.3 m の常流となるように、計算 領域の上流端の断面から流量 0.6 m<sup>3</sup>/s を均一に与え、粗 度係数は Manning-Strickler 式から 0.02 とした.

以上の条件を与え,流れが定常となる時点までの計算を した.数値解析から算定された流況の評価は,水路中央部 且つ上流から3番目に位置する河床波形でその高さが極大 値となる地点において,流下方向流速の平均値と鉛直方向 流速と流下方向流速の比の平均値を算定した.数値解析か



図-2: 鉛直方向 *w* と流下方向 *u* の流速比と水深波長比 *h*/*L* および分散関係 *R* との対応関係

ら算定された流況は以下に示す分散関係式と比較した。

$$R = \tanh\left[2\pi h/L\right] \left(\frac{1}{2\pi h/L} - 1\right) \tag{1}$$

式中の R は波形の存在による水粒子の運動が極浅海波領 域寄りか深海波領域寄りかを判別する指標であり, h は水 深, L は河床波の波長である.

# 3 結果

#### 3.1 鉛直方向流速

図-2 に算定された鉛直方向平均流速と流下方向平均流 速の比の平均値を各水深波長比毎に示した.同図より,水 深波長比が  $10^{-2}$  から  $10^{-1}$  の砂州と砂堆の遷移領域におい て,鉛直方向流速が指数関数的に卓越するようになること がわかる.また,水深波長比が  $10^{-2}$  から  $10^{-1}$  の範囲にお ける分散関係式から得られる R は 1 から -1 へと指数関数 的な減少を始める.つまり,数値解析で得た結果と分散関 係で得た R を照らし合わせると,水深波長比を指標とし, 河床波上の流れが浅水流と非浅水流のどちらとなるかの判 断ができることが示唆される.ただし,本研究で設定した 波形形状と水深波高比は実際の河床波を理想化してもので あることと,今回の計算では河床高さの極大値から極小値 にかけて発生することが知られている複雑な渦構造は確認 されておらず,今回の結果の扱いには留意が必要である.

# 3.2 水面形状

図-3 に算定された水面高を各水深波長比毎に示す.横軸は上流端からの格子番号を示しており,河床高さの極大 値と極小値が存在する格子番号は全ての条件で一致してい る.赤線が砂州存在領域,青線が砂堆存在領域,緑線が砂 漣存在領域に該当する水深波長比を示す.水面波形の波長 は水深波長比に依らず河床波の波長と概ね一致することが 示された.水面波形の波高は,水深波長比毎にに大きく異 なり,砂堆,砂州,砂漣の順に小さくなることが示された.



図-3: 各水深波長比の条件での水面形状

今回の計算条件は,実現象で生じうる各河床波の波高水 深比が完全に考慮したものではないが,砂州・砂堆領域の 河床波形が砂漣領域に比べて明瞭に水面波形に表出する傾 向は模型実験や実河川で実測された結果と一致する.一方 で,分散関係式から推定する水面波形の波高は,水深波長 比が大きくなるにつれて小さくなることを示し,今回の数 値解析の結果とは反するものとなる.両者の差異の理由と して最も大きなものとしては,分散関係式を導出する微小 振幅波理論では静水圧は仮定することが考えられ,このた めに数値解析の結果と分散関係式から予想される結果は反 する水面波形となったものと推測される.

#### 4 おわりに

本研究は、水理解析を用い、分散関係式から推定された 河床波上の流れをどの程度近似できるかを調べた.その結 果、1)水深波長比が 10<sup>-2</sup> から 10<sup>-1</sup> の領域において鉛直 方向流速が指数関数的に卓越するようになり、これは分散 関係式の推定と一致することと、2)砂州・砂堆領域の河 床波形は砂漣領域に比べて水面へ投影される傾向を確認し た.ただし、分散関係式と数値解析の結果のうち水面波形 と水深波長比の関係性は矛盾したものとなり、その要因と しては微小振幅波理論の近似が低いことが考えられる.

#### 参考文献

- S. Seki, D. Moteki, H. Yasuda: Novel hypothesis on the occurrence of sandbars, Phys. Fluids, 35, 2023
- 2) On the Occurrence of Sandbars, D. Moteki, S. Seki, S. Muramatsu, K. Hayasaka, H. Yasuda, Phys. Fluids 35(1), doi.org/10.1063/5.0128760, Jan, 2023.
- 小関博司,安田浩保,水深波長比を用いた河床波の統一的区分 とその支配水理量,土木学会論文集 A2 分冊 (応用力学) 特集 号 2021
- 4) Deltares (2024) Delft3D-FLOW Simulation of multidimensional hy- drodynamic flows and transport phenomena, including sediments. User Manual, Version 4.05 (12 October 2024). Deltares, The Netherlands