個別要素法による等体積繰り返しせん断過程における

内部エネルギーの応力経路依存性に関する検討

1. 研究背景

地盤の液状化は,地盤の支持力低下や変形,沈下を 引き起こし,構造物の倒壊や損壊によって人命や財 産に深刻な被害を及ぼす.近年では液状化発生予測 の発展により,直接的な被害は減少しているものの, ライフラインの途絶被害は経済社会により深刻な影 響を与える.

1964 年の新潟地震以降,液状化発生の予測手法に 関して多くの研究が行われてきた.予測手法の中で も多く用いられているのが簡易法(応力法)と呼ばれ る手法である.簡易法の代表例として,ボーリング調 査によって得た N 値と粒度,地下水位から液状化に 対する抵抗率を求めるFL法が挙げられるが,主に地 震動の特性が考慮できない点が過大であり,2013 年 の土木研究所の検討結果¹⁾では,液状化すると判定 されたものの実際には液状化しなかった,いわゆる 空振り評価の地点が多く存在した.

こうした多様な地震動に対して液状化判定を行う ための新たな簡易法として,エネルギー法が提案さ れている²⁾.このエネルギー法は,液状化を引き起こ す地震波の速度時刻歴波形から計算される上昇エネ ルギーと,液状化強度比から回帰式を用いて計算さ れる液状化エネルギー容量との比から計算される.

この液状化エネルギー容量の概念は、液状化中の 入力仕事や損失エネルギーが応力経路に依存しない という既往研究を前提としている.例えば Ishihara and Towhata³⁾は、砂質土における過剰間隙水圧の発生 を定量的に検討するため中空ねじり試験を行い、試 験結果に基づき単位体積あたりの累積せん断仕事量 と間隙水圧との相関を調査した.その結果、砂質土の 繰り返しせん断時において、せん断仕事量と間隙水 圧の間には、せん断応力経路に依存しない固有の関 係が存在していることを明らかにした.Jafarian et al.⁴)は、2つの校正パラメータを持つ単純な間隙水圧 長岡技術科学大学大学院 非会員 柳 洸聖 長岡技術科学大学 正会員 志賀 正崇 長岡技術科学大学 正会員 池田 隆明

(PWP)モデルを開発し、中空ねじり試験を行い、ひ ずみエネルギーの概念を用いて砂の液状化抵抗性と 残留間隙水圧を評価した.その結果、液状化を発生さ せるために必要な累積ひずみエネルギーが応力経路 に依存せず、試料の相対密度および初期有効応力の みによって決定されるという関係式を導き出した.

前述した既往研究では,液状化中の入力仕事や損 失エネルギーは応力経路に依存しないという関係に ついては明らかにされているものの,なぜ応力経路 に依存しないのかについて検討された既往研究は見 られない.そこで本研究では,液状化過程における 損失エネルギーの応力経路非依存性に着目し,個別 要素法を用いた粒状体の内部エネルギーの変化か ら,その性質について議論する.

2. 解析手法

本研究では,個別要素法のフレームワークとして Yade を用いた.Yade はオープンソースであり,計 算部分を C++,それ以外の部分を Python で書かれ ている.Python において設定した初期パラメータの 値を次ページの表-1 に示す.また,内部エネルギー の変化を見るために変化させるせん断応力振幅比と 目標間隙比の組み合わせについて,次ページの表-2 に示す.Yade のバージョンは 2022.01a である.

本研究では、Cundall and Strack⁵⁾で提案された接触 モデルを適用した. 粒子に作用する圧縮力 F_n は引張 を正として、以下の式(1)で表される.

$$F_{\rm n} = \min(k_{\rm n}u_{\rm n}, 0) \tag{1}$$

ここで、 k_n は鉛直方向の弾性係数、 u_n は鉛直方向の ひずみである.また、せん断力 F_s については次の式 (2)で表される.

$$F_{s} = \begin{cases} k_{s}u_{s} & \text{if } |k_{s}u_{s}| < |F_{n}| \tan \phi \\ F_{n} \tan \phi & \text{if } |k_{s}u_{s}| \ge |F_{n}| \tan \phi \end{cases}$$
(2)

ここで、 k_s はせん断方向の弾性係数、 u_s はせん断方 向のひずみ、 ϕ は粒子同士の摩擦角である.また、 鉛直方向の弾性係数とせん断方向の弾性係数の比vを $v \equiv k_s/k_n$ と定義する.

供試体は,幅(x),奥行き(y),高さ(z)をそれぞれ 7.5 cm × 7.5 cm × 2.5 cmの直方体で模擬し,速度勾配 テンソルを設定することで鉛直せん断の 9 方向にひ ずみを制御できるようになっている.また,全ての境 界を周期境界条件とすることで境界の影響を無視し, シミュレーション時には重力を作用させないように している.

供試体の状態については,粒子の生成,拘束圧の増加,間隙比の増加,繰り返しせん断の順で移行し,特に繰り返しせん断時においては,+z方向を法線ベクトルに持つ面を±y方向に動かす速度勾配テンソルを与えることで,単純せん断変形下での挙動を確認した.反転条件はせん断応力の大きさで定義し,終了条件は両振幅せん断ひずみが増加しなくなるか,もしくは 50%に到達した状態とした.

パラメータ名	設定値	
粒子密度	2.65 g/cm ³	
k _n	$3.0 imes 10^8$ Pa	
$\nu (k_{\rm s}/k_{\rm n})$	0.33	
ϕ	35°	
D_{50}	1.00 mm	
p_0'	100 kPa	

表-1 設定初期パラメータ

表-2	解析条件
1 2	

試験名	せん断応力振幅比	目標間隙比
	CSR	е
Test-01	0.100	0.7500
Test-02	0.125	0.7500
Test-03	0.150	0.7500
Test-04	0.125	0.7375
Test-05	0.150	0.7375
Test-06	0.175	0.7375
Test-07	0.150	0.7250
Test-08	0.175	0.7250
Test-09	0.200	0.7250

3. 結果及び考察

(1) 応力経路

図-1 に Test-07 と Test-09 の応力経路 (平均有効主 応力とせん断応力の関係)を示す. CSRを変化させる ことで,ある応力状態から別の応力状態へ移る際の 途中の状態経路を変化させている点が見て取れる.



図-1 応力経路の比較(a) Test-07 (b) Test-09

(2) 内部エネルギーと応力経路の関係

粒状体の内部エネルギーとして、ある時間ステッ プ β における粒子の弾性ひずみエネルギー E_{es}^{β} ,粒子 間接触での摩擦エネルギー増分 $\delta E_{f_{ij}}^{\beta}$ を考える.これ らの計算式を以下の式(3),(4)に示す.

$$E_{\rm es}^{\beta} = \frac{1}{2} \sum_{l}^{N_{\rm p}} \sum_{j}^{N_{\rm c,i}} \frac{\|F_{\rm n,ij}\|^2}{k_{\rm n}} + \frac{1}{2} \sum_{l}^{N_{\rm p}} \sum_{j}^{N_{\rm c,i}} \frac{\|F_{\rm s,ij}\|^2}{k_{\rm s}}$$
(3)

$$\delta E_{\mathbf{f},ij}^{\beta} = \begin{cases} 0 & \text{if } \|\mathbf{F}_{s,ij}\| < \|\mathbf{F}_{n,ij}\| \tan \phi \\ \frac{\|\mathbf{F}_{s,ij}\| - \|\mathbf{F}_{n,ij}\| \tan \phi}{k_s} \|\mathbf{F}_{s,ij}\| & \text{if } \|\mathbf{F}_{s,ij}\| \ge \|\mathbf{F}_{n,ij}\| \tan \phi \end{cases}$$
(4)

ここで、式(3)、(4)の $N_{\rm p}$ は供試体中の総粒子数、 $F_{\rm n_{-}ij}$ は粒子iと粒子j間の接触による法線方向の圧縮力、

*F_{s_ij}*は粒子*i*と粒子*j*間の接触による接線方向のせん
断力, *N_c*,は粒子*i*の総接触点数である.

図-2 に、目標間隙比eを 0.725 とし異なるせん断応力振幅比CSR (0.150, 0.175, 0.200)を与えた場合における、過剰間隙水圧比と弾性ひずみエネルギーと摩擦エネルギーの関係をプロットした. なお今回の解析では、間隙水はモデル化していないが、初期有効平均主応力と現時間ステップにおける有効平均主応力の差を過剰間隙水圧と定義する.

まず図-2(a)と図-2(b)を比較したとき,摩擦損失エ ネルギーの方が弾性ひずみエネルギーよりも値が10 倍以上大きい点が見て取れる.既往研究¹⁾では応力 ひずみ関係が1サイクル中に描くヒステリシスルー プの面積が,その間の損失エネルギーであると定義 している.したがってそれらが粒状体の内部エネル ギーの変化として生じたと仮定した場合,この結果 は損失エネルギーの大部分は粒子間接触の摩擦によ って生じたものであるといえる.

次に,液状化過程におけるせん断応力振幅比とそ れぞれの内部エネルギーの関係について,図-2(a)よ り考察する.まず弾性ひずみエネルギーについて, せん断応力振幅比(*CSR*)を変化させても弾性ひずみ エネルギーの大きさは概ね一致していることが分か る.この結果から,弾性ひずみエネルギーは応力経 路に依存しない点が推察される.

摩擦損失エネルギーについては、過剰間隙水圧比 が初めて 0.8 に達するまでの推移に大きな差異はな いと言える(図-2(b)). しかし、それ以降の推移に関し ては異なる 3 つのせん断応力振幅比ごとに明確な差 異があることが分かる.この結果により、摩擦損失エ ネルギーは過剰間隙水圧比が初めて 0.8 に達するま での範囲においては応力経路に依存しないものの、 それ以降の範囲に関しては応力経路に依存している と考えられる.

これらの結果から,弾性ひずみエネルギー及び摩 擦損失エネルギーの応力経路非依存性を確認したと ともに,摩擦損失エネルギーに関しては応力経路に 過剰間隙水圧比の一部範囲において依存していると いう関係が確認された.

(3) 内部エネルギーと密度の関係

せん断応力振幅比*CSR*が 0.150,目標間隙比*e*がそ れぞれ 0.7500,0.7375,0.7250 という異なる 3 つの 場合における過剰間隙水圧比と 2 種類の内部エネル ギーの関係を図-3 に示す.

まず弾性ひずみエネルギーについて,目標間隙比の大きい方が初期の弾性ひずみエネルギーの値が大きいことが分かる.その差は間隙比が*e*=0.7500と *e*=0.7250とで約0.002 N·mであった.

また摩擦損失エネルギーについても、過剰間隙水 圧比が初めて 0.8 に達するまでの範囲、それ以降の範 囲ともに異なる 3 つの目標間隙比ごとに明確な差異 が見て取れる.特に目標間隙比が 0.7250 の推移は他 の 2 つの推移と比べて大きく異なった軌跡であり、 代表例として過剰間隙水圧比 0.6 付近のe=0.7500 と e=0.7250 との差は約 0.02 N·m であった.

したがって、弾性ひずみエネルギー及び摩擦損失 エネルギーはどちらも密度に対して依存性を有して いるが、その依存性の度合いに関しては摩擦損失エ ネルギーの方が 10 倍程度高いという点が確認でき た.





(a) 過剰間隙水圧比と弾性ひずみエネルギーの関係

(b) 過剰間隙水圧比と摩擦損失エネルギーの関係
図-2 過剰間隙水圧比と2つの内部エネルギーの比
較(Test-07, Test-08, Test-09)



(a) 過剰間隙水圧比と弾性ひずみエネルギーの関係



(b) 過剰間隙水圧比と摩擦損失エネルギーの関係
図-3 過剰間隙水圧比と2つの内部エネルギーの比較(Test-03, Test-05, Test-07の比較)

4. まとめ

個別要素法を用いた解析により,等体積繰り返し せん断過程における弾性ひずみエネルギー及び摩擦 損失エネルギーの応力経路と密度依存性について確 認することができた.今後はせん断応力振幅比,目 標間隙比以外のパラメータも変化させ,内部エネル ギーに対する依存性について,さらに細かく調査す る.

謝辞

本研究は科学技術研究費課題 23K13401「砂質土の 液状化時における微細構造変化と巨視的力学特性の 統合的挙動把握」の援助を受けて行われた.

参考文献

 佐々木 哲也,石原 雅規,谷本 俊輔,液状化 判定法の高精度化に関する研究,土木研究所 重点プロジェクト研究報告書,No.3.9,2013

- 2) 國生 剛治, エネルギーによる液状化判定法の 適用性検討と FL 法との対比, 地盤工学ジャー ナル, 2013, 8巻, 3号, p. 463-475
- Ikuo Towhata and Kenji Ishihara. "Shear Work and Pore Water Pressure in Undrained Shear." Soils and Foundations, vol. 25, no. 3, Elsevier BV, Sept. 1985, pp. 73–84.
- Jafarian, Yaser, et al. "Strain Energy Based Evaluation of Liquefaction and Residual Pore Water Pressure in Sands Using Cyclic Torsional Shear Experiments." Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 35, Elsevier BV, Apr. 2012, pp. 13–28.
- Cundall, P. A., and Otto D. L. Strack. "A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies." Geotechnique, vol. 29, no. 1, ICE Publishing, Mar. 1979, pp. 47–65.