

等流仮定の摩擦損失モデルが河床波曲面上の流れで有する適用性の検証

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 ○大泉 尚紀
新潟大学災害・復興科学研究所 正会員 安田 浩保

1 はじめに

砂州上の流れの解析で常用される平面二次元固定床解析におけるエネルギー勾配の算定では、等流流速公式から得た摩擦損失モデルを代用する。しかし、実際は水深と流速に空間分布を持つ不等流であり、同摩擦損失モデルが実現象を満足する保証はない。これに対し著者¹⁾は、一次元一般断面解析手法を用いて同損失モデルの適用性が調べ、砂州の前縁部で摩擦損失が極めて大きいことを示した。しかし、一次元の適用に留まり横断方向を考慮した場合の適用性は不明である。その上、交互砂州上の水理は無視し得ない流れを有するものの、それを評価できない。

摩擦損失の厳密な算定には水深と流速の測定値が一对で存在している必要がある。著者らの先行研究では水深は測定値を用い、流速については供給流量を流積で除したものを実測流速としていた。しかし、平面二次元へ拡張するにあたっては、1つの供給流量に対して流速が一意に定まらず、実測値に基づく流速の見積もりが困難となる。これに対し、著者ら²⁾は、水深の測定値のみからマスコンモデルを用いて連続式を満足する平面二次元流速を算定する手法を開発した。これにより平面二次元におけるエネルギー損失の見積もりが可能となった。

本研究では、実測の流水深のデータから平面二次元における等流の摩擦損失モデルの適用性を検証した。

2 手法

2.1 エネルギー勾配の算定方法

一般に、平面二次元の浅水流を仮定した流れにおけるエネルギー勾配は以下のように表される。

$$I_{exS} = \frac{u}{g} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{g} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} \quad (1)$$

$$I_{eyS} = \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{u}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} \quad (2)$$

ここで、 u, v はそれぞれ x, y 方向の水深平均流速、 H は水位、 g は重力加速度である。

また、常用される Manning による各方向の摩擦損失モデルは以下のように表される。

$$I_{exM} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (3)$$

$$I_{eyM} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (4)$$

ここで、 h は流水深、 n は Manning の粗度係数であり、材料ごとに一定値で規定される。

以上に示した式に対して、水深、水位には Stream Tomography(以後 ST)³⁾ による計測値を、流速には後述する著者らの開発した手法で算出されるものを用いることでエネルギー勾配を算定できる。

2.2 流速の算定方法

流速の算定には、著者らが開発した流水深の測定値とマスコンモデルによる手法を用いた。具体的には、マスコンモデルにより流量フラックスを算出し、流水深の実測値で除すことで流速を算出するものである。

マスコンモデルは、式(5)で表される連続の式を拘束条件として式(6)を最小とするように流量フラックス M, N を変分法により決定するものである。

$$\frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\alpha_1^2 (M - M_0)^2 + \alpha_2^2 (N - N_0)^2 \quad (6)$$

ここで、 M, N は x, y 方向の流量フラックス、 M_0, N_0 は第一次近似として初期に与える流量フラックス、 α_1, α_2 は重み係数である。重み係数 α_1, α_2 は、 M と N の補正量の比を表すもので、マスコンモデルでは通常それぞれの流速の比が重み係数として与えられる。本研究では、横断方向の流速が縦断の約2割程度であると仮定し、 $\alpha_1/\alpha_2 = 0.2$ となるように設定した。

第一次近似に与える流量フラックスは、STから得られる水深と概算流速の積により与える。概算流速は、微小振幅波の理論から算出される波速 $c = \sqrt{gh_{\text{obs}}}$ とフルード数の積によって算出した。 h_{obs} は実測の流水深である。なお、フルード数は移動床実験の結果のうち、等流に近い通水初期における流水深の測定値と供給流量を用いて以下のように算定した。

$$Fr = \frac{Q}{B h_{\text{ave}}} / \sqrt{g h_{\text{ave}}} \quad (7)$$

ここで、 Q は供給流量、 B は水路幅、 h_{ave} は全測定点における水深の平均をとったものである。

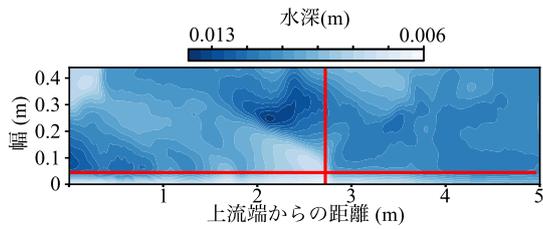
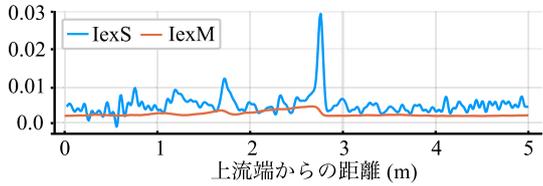
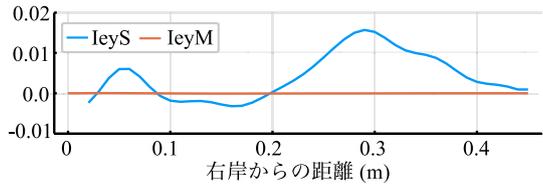


図-1: 水深のコンター図



(a) I_{exS} の縦断分布



(b) I_{eyS} の横断分布

図-2: エネルギー勾配の空間分布

3 結果

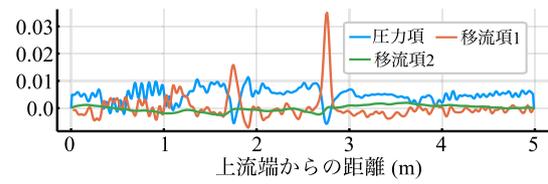
3.1 エネルギー勾配の算定結果

砂州上の流れのエネルギー勾配を実測値に基づき算定するため、以下の移動床実験を実施した。実験は、水路長12m、水路幅0.45mの水路に粒径0.76mmの4号珪砂を敷き詰めて実施した。勾配は1/200、流量は2.5L/sとした。

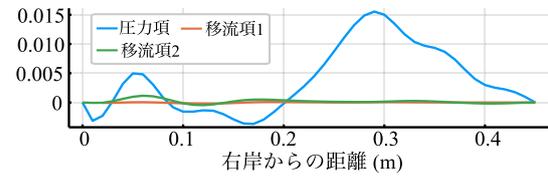
砂州が発達した通水60分後の結果を示す。赤線はエネルギー勾配を評価する測線を示す。測線は、縦横断ともに砂州の前縁部を含むように設定した。また、エネルギー勾配は下流側を原点として全体が正となるように算出している。図-1は流水深の平面分布のコンター図、図-2aは縦断側線上の I_{exS} 、図-2bは横断測線上の I_{eyS} を表している。 I_{exS} は、 I_{exM} と比較して砂州の前縁部で極めて大きくなっている。Manningの摩擦損失モデルは、 I_{exS} のごく平均的な傾向を再現するにとどまり、縦断方向のエネルギー勾配の記述には精度が不足することを示している。この結果は既往研究の一次元一般断面による解析と同様の結果となっている。また、 I_{eyS} については、 I_{eyM} と比較すると、局所的な分布の違いにとどまらず、横断全幅でエネルギー勾配が極めて大きくなる結果となった。これは、横断方向についてはManningの等流流速公式によるエネルギー勾配の記述が実現象を全く再現できないことを示している。

3.2 項ごとの寄与度の比較

次に、エネルギー勾配のそれぞれの項の寄与度を比較する。図-3a、図-3bはそれぞれ I_{exS} 、 I_{eyS} の項ごとの規模



(a) I_{exS} の項の寄与度



(b) I_{eyS} の項の寄与度

図-3: エネルギー勾配の項の寄与度

を示している。式(1)、式(2)の一番左の項から順に移流項1、移流項2、圧力項とした。図-3aより、 I_{exS} については砂州前縁部で移流項1が極めて卓越していることがわかる。一方、図-3bより I_{eyS} については圧力項が横断全幅で卓越していることがわかる。また、移流項2も圧力項と1オーダー小さな規模で横断に分布を持っていることがわかる。

圧力項、移流項2の双方とも横断に1から2周期程度の周期性が確認できる。これは、河床波上の物理が横断方向に分布を有すること、もしくは一定の時間周期で振動する定在波が存在することなどが推察される。いずれにしても砂州上の流れには、常用される浅水理論のみでは説明が難しい現象が含まれ、それらの現象は無視できない規模で存在することが示唆される。

4 おわりに

本研究では、平面二次元の流れにおけるエネルギー損失を実測値に基づき算定し、その上で、等流の摩擦損失モデルの適用性を検証した。その結果、縦断方向については底面の起伏の急変点での再現性が乏しいことが分かった。また、横断方向については、等流公式から得た摩擦損失モデルは実際のエネルギー勾配をほとんど再現できないことを明らかにした。また、浅水流方程式を構成する項ごとの規模を明らかにすることにより、横断方向の現象には何らかの周期性を有することが示唆された。

参考文献

- 1) 大泉尚紀, 安田浩保: 摩擦損失係数を定数とした浅水流解析の再現性について, 土木学会関東支部新潟会, 2021.
- 2) 大泉尚紀, 茂木大知, 安田浩保: 流水深に基づく平面二次元流速の推定, 土木学会論文集B1(水工学), 78巻, 2号, 2022. (掲載決定)
- 3) Moteki D., Murai T., Hoshino T., Yasuda H., Muramatsu S. and Hayasaka K.: Capture method for digital twin of formation processes of sand bars, *Phys. Fluids*, Vol.34, 034117, 2022.