

列車走行による有限長周期杭が配置された地盤のランダム振動応答解析

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 ○田中 智貴
 新潟大学工学部 正会員 阿部 和久
 新潟大学工学部 正会員 紅露 一寛

1 はじめに

列車走行時の地盤振動を低減する方法として、地盤中に杭を等間隔に配置した「防振杭」がある¹⁾。当該工法は、防振壁や防振溝に比べて施工が容易であり、経済性にも優れている。さらに、周期的に杭を配置した周期構造は、特定の周波数帯における波動を遮蔽する、ストップバンドを有する²⁾。そこで、本研究では、列車走行による地盤のランダム振動を対象としたエネルギースペクトル密度 (ESD) 期待値解析法を用いて、列車走行時に卓越する周波数における杭の防振効果について検討する。

2 対象とする問題のモデル化

本研究では、図-1 のような剛な基盤上の2車輪・軌道連成系と、図-2 のように車輪走行による道床上面作用力を受ける防振杭を配置した地盤振動問題の2つに分けて考える。図-2 の地盤モデルは、 x 軸方向に無限に連なる長さ L の周期層を有するものとする。そこに、図-1 の剛な地盤において車輪が走行した場合の道床作用力を作用させ、防振杭付近の観測点における地盤振動 ESD 期待値を導出する。

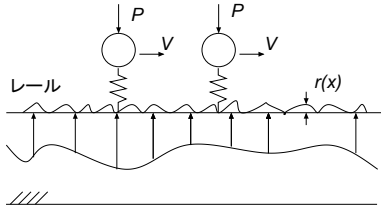


図-1 2車輪・軌道連成系

3 地盤振動 ESD 期待値解析法の概要

3.1 車輪・軌道系の定式化

軌道パッドからレールに作用する力、道床上面作用力、レール変位を Floquet 変換したものをそれぞれ \tilde{F}_r , \tilde{F}_G , \tilde{u} とすると、次式が成り立つ。

$$\tilde{F}_r(x, \omega) = a_G(\omega) \tilde{u}(\tilde{x}, \omega, k) \quad (1)$$

$$\tilde{F}_G(x, \omega) = b_G(\omega) \tilde{u}(\tilde{x}, \omega, k) \quad (2)$$

ここで、 $a_G(\omega)$, $b_G(\omega)$ は、軌道構造から決まる係数、 ω は円振動数、 k は波数である。また、 $(\hat{\cdot})$ は Fourier 変換、 $(\tilde{\cdot})$ は Floquet 変換である。Floquet 変換されたレール変位は、以下のように級数展開する。

$$\tilde{u}(\tilde{x}, \omega, k) = \sum_n u_n(\omega, k) e^{-iZ_n \tilde{x}} \quad (3)$$

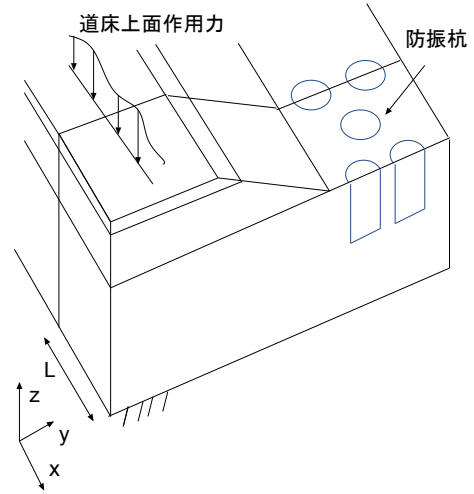


図-2 防振杭を配置した地盤のモデル

ここで、 $Z_n = 2n\pi/L + k$ である。

式 (3) と、Floquet 変換されたレールの運動方程式より次式を得る。

$$u_n(\omega, k) = \frac{1}{V X_n(\omega, k)} \left\{ f_{1n} \left(k - \frac{\omega}{V} \right) + e^{iZ_n X_n} f_{2n} \left(k - \frac{\omega}{V} \right) \right\} \quad (4)$$

ここで、 $X_n(\omega, k)$ は、軌道の物性値からなる係数である。

また、レール・ j 番車輪間作用力 \tilde{F}_j の級数展開係数 f_{jn} は、ランダムなレール凹凸 $\tilde{r}(x)$ と、上載荷重 \tilde{P} の級数展開係数 r_n, P_n により、次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} f_{1n}(k) \\ f_{2n}(k) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_{1n}(k) \\ a_{2n}(k) \end{Bmatrix} r_n(k) - \begin{Bmatrix} b_{1n}(k) \\ b_{2n}(k) \end{Bmatrix} P_n(k) \quad (5)$$

ここで、 a_{jn}, b_{jn} はそれぞれ波数 k を変数に持つ係数である。式 (2)~式 (5) より、道床上面作用力の級数展開係数 $f_G(\omega)$ は以下のように行列表記される。

$$\{f_G(\omega)\} = [J(\omega, k)] \left\{ r \left(k - \frac{\omega}{V} \right) \right\} - \frac{b_G}{V X_0} \{b_{10} + e^{ikX_w} b_{20}\} \frac{2\pi}{L} P \delta \left(k - \frac{\omega}{V} \right) \{\mathbf{1}_0\} \quad (6)$$

ここで、 $[J]$ は r_n の係数を対角成分とした行列。 $\{\mathbf{1}_0\}$ は、 $n=0$ の成分のみ 1, それ以外は 0 となるベクトルである。

3.2 地盤系の定式化

地盤は有限な深さで与え、Floquet 変換の下で 1 周期分を、有限要素で離散化する。なお、 y 方向打ち切り端には伝達境界を設ける。

$\{f_G\}$ と地盤内観測点変位 $\{\tilde{U}_G\}$ との関係は次式で与えられる。

$$\{\tilde{U}_G(\omega, k)\} = [H(\omega, k)][S(k)]\{f_{Gn}(\omega, k)\} \quad (7)$$

ここで, $[S(k)]$ は荷重モード, $[H(\omega, k)]$ は荷重モードに対する地盤変位である。

式 (7) に式 (6) を代入し, 逆 Floquet 変換することで地盤節点変位の周波数応答を得ることができる。

$$\begin{aligned} \{\hat{U}_G(\omega, k)\} &= \frac{L}{2\pi} \int_0^{2\pi/L} [H(\omega, k)S(k)J(\omega, k)] \\ &\quad \{r(k - \frac{\omega}{V})\} dk - P\{W(\omega)\}, \\ \{W(\omega)\} &= \frac{b_G(\omega)}{VX_0(\omega, \frac{\omega}{V})} \{b_{10}(0) + e^{ikX_w} b_{20}(0)\} \\ &\quad \{HS_0(\omega, \frac{\omega}{V})\} \end{aligned} \quad (8)$$

レール凹凸 $r(x)$ の期待値をゼロと仮定すると, $\{\hat{U}_G\}$ の共分散行列 $[R_G]$ の対角成分は, i 番観測点変位 \hat{U}_{Gi} の ESD 期待値となり, 次式で与えられる。

$$\begin{aligned} E(|\hat{U}_{Gi}|) &= \frac{1}{2\pi} \sum_n \int_0^{2\pi/L} |HSJ(\omega, k)_{in}|^2 \\ &\quad S_r(\frac{2n\pi}{L} + k - \frac{\omega}{V}) dk + P^2 |W_i(\omega)|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで, $S_r(\frac{2n\pi}{L} + k - \frac{\omega}{V})$ はレール凹凸のパワースペクトル密度である。

表-1 設定値

車輪走行速度	30(m/s)
車輪質量	1000(kg)
静的輪重	10000(N)
地盤のヤング率	60(MN/m)
道床のヤング率	100(MN/m)
地盤・道床のポアソン比	0.3
地盤・道床のロスファクター	0.1
PC 杭のヤング率	33(GPa)
PC 杭のポアソン比	0.2
PC 杭のロスファクター	0.06

4 解析例

図-3 で示す, 深さ方向 10m, x 方向 2.5m, y 方向 10m の防振杭が正方格子状に 2 列配置された地盤と, レール, バラスト道床からなる系において, 上記手法を用いて解析を行った。解析条件は表-1 に示す。

解析は, 杭がない場合, 杭が 1 列の場合, および 2 列の場合の計 3 ケース行った。この 3 ケースの図-3 に示した観測点における応答を比較し, 杭の減衰の影響について検討した。杭は PC 杭とし, 杭が 1 列の場合は, レールに近い方の杭のみ考慮して解析を行った。なお, 図-3 中の $a=1.25\text{m}$, $b=1.6\text{m}$, $c=0.94\text{m}$, $h=5.0\text{m}$, $R=6.3\text{m}$ とした。レールは 50kg レールとして各種物性値を設定し, 軸距は 2.1m とした。

解析結果を, 図-4 に示す。杭がない場合には, 40Hz 付近に卓越した応答がみられる。これは, 車輪・軌道連成系の共振周波数と考えられる。杭があるケースでは 40Hz 付近の応答のピークが低減されており, 杭による減衰効果が確認できる。また, 杭の本数の増加に伴い減衰効果が大きくなることが確認できた。一方で, 杭が 2 列の場合においても, 明瞭なストップバンドが確認される程の減衰効果は確認できなかった。

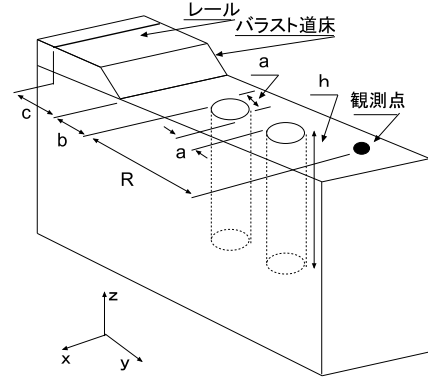


図-3 解析モデル

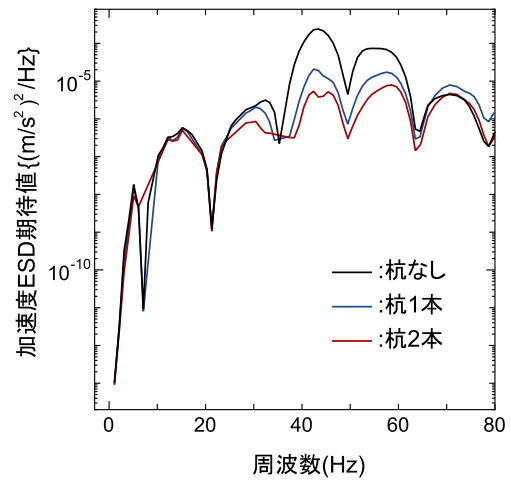


図-4 観測点における ESD 期待値の比較

5 おわりに

今後は, 杭の本数をさらに増やし, その結果について検討する。加えて, 理論研究²⁾において, 本解析における配置と比較して減衰効果が大きいとされる, 杭を三角形ハニカム格子状に配置した場合の減衰効果についても確認する。

参考文献

- 1) Avilés, J. Sánchez-Sesma, F.j.: Piles as barrier for elastic waves, *J. Geotech. Engng.* (ASCE), 109, 1133-1146, 1983.
- 2) 阿部和久, 荒木聡秀, 紅露一寛: 二重周期弾性場の有限要素表面波分散解析, *土木学会論文集 A2 (応用力学)*, 67, 2, 905-913, 2011.