

# 10m 弦正矢への制約が軌道座屈温度の確率分布に及ぼす影響

新潟大学大学院自然科学研究科 学生会員 新井 優介  
 新潟大学工学部 正会員 阿部 和久  
 新潟大学工学部 正会員 紅露 一寛

## 1 はじめに

従来、座屈発生を確実に防ぐことができる最低座屈強さに基づいて軌道管理上の座屈安定性が評価されてきた。しかしロングレール化，地球温暖化による高温などの影響で現在の基準下での管理が困難となることが懸念されており，近年では飛び移り座屈温度に基づいた安定性評価が合理的とされ，その検討がなされ始めている<sup>?)</sup>。また，従来の座屈温度の算出には特定の通り変位波形を用いているが，実軌道のランダムな通り変位波形とは異なることから現実の軌道座屈耐力が適切に評価されているか疑問視されている。

そのため文献<sup>?)</sup>では，ランダムな通り変位波形が飛び移り座屈時のレール温度の確率分布特性に及ぼす影響について検討し，その考慮が重要であることが示された。しかし実際の軌道管理では通り変位ではなく10m 弦正矢が用いられていることを考えると，10m 弦正矢に上限値を課した初期通り変位波形を対象に座屈の確率特性を評価する必要があると考えられる。

そこで本研究では，初期通り変位の10m 弦正矢に上限値を課した場合の具体的通り変位補正法を構成する。その下で，10m 弦正矢に上限値を課す場合と課さない場合を対象に，それらが座屈の確率特性に及ぼす影響について検討する。

## 2 軌道モデル

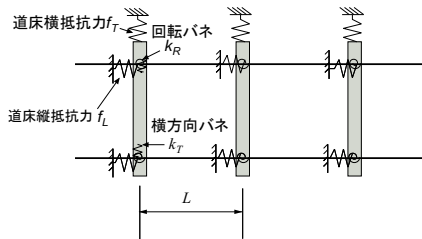


図-1 軌道のモデル化

座屈解析では，左右レールとまくらぎから構成される軌きょうを図-1 の様にモデル化する。レールは，

横方向たわみと長手方向の伸縮を考慮した Euler ばりにより表現する。まくらぎは等間隔  $L$  で配置し，横方向と軌道長手方向変位を考慮した剛な棒として与える。レール締結部には，回転バネ  $k_R$  と横方向バネ  $k_T$  を設定する。また，まくらぎに作用する道床横抵抗力  $f_T$  と縦抵抗力  $f_L$  については，次の非線形式で与える。

$$\begin{aligned} f_T &= f_{0T} \frac{u_{ST}}{a_T + |u_{ST}|}, \\ f_L &= f_{0L} \frac{u_{SL}}{a_L + |u_{SL}|} \end{aligned} \quad (1)$$

$u_{ST}, u_{SL}$  はまくらぎの横変位と軌道長手方向変位， $f_{0T}, f_{0L}$  は最終道床横・縦抵抗力， $a_T, a_L$  は作用力が最終道床抵抗力の  $1/2$  を与えるときの変位である。

## 3 10m 弦正矢に上限値を課す際の通り変位修正法の導出

波形振幅の標準偏差  $\sigma$ ，相関長  $b$  を用いた次式で与えられる距離相関に従うランダムな初期通り変位波形  $w(x)$  を対象とする。

$$R(x) = \frac{\sigma^2}{1 + (\frac{x}{b})^2} \quad (2)$$

$w(x)$  の10m 弦正矢を  $y(x)$  とおくと， $l=10m$  として，それは次式で与えられる。

$$y(x) = w(x) - \frac{1}{2} [w(x - \frac{l}{2}) + w(x + \frac{l}{2})] \quad (3)$$

距離  $S$  の軌道区間を  $N$  等分割して， $\Delta x = S/N$  とし， $x_i = i\Delta x$ ， $l/2 = n\Delta x$  と定義する。また， $w(x_i) = w_i$ ， $y(x_i) = y_i$ ， $\{y_1, \dots, y_{N-1-2(n-1)}\} = \{y\}$  とおき次のように行列表記する。

$$\{y\} = [H]\{w\} \quad (4)$$

ここで  $[H]$  は通り変位を10m 弦正矢に変換するための行列である。修正前の弦正矢ベクトルを  $\{y_0\}$ ，それに加えられる修正量を  $\{y\}$  とする。目的関数  $J$  を

次式で与える.

$$J = \frac{1}{2} \|w\|^2 + \frac{1}{2} \sum_j \lambda_j \{ (y_{0j} + y)^2 - y_{max}^2 \} \quad (5)$$

ここで  $\lambda_j$  は未定乗数,  $y_{max}$  は 10m 弦正矢の上限値である.  $J$  の  $w_i$  に関する感度は次式で与えられる.

$$\frac{\partial J}{\partial w_i} = w_i + \sum_m \lambda_m (y_{0m} + y_m) h_{mi} \quad (6)$$

$w_i$  の修正量  $\Delta w_i$  を次式により与える ( $\alpha > 0$ ).

$$\Delta w_i = -\alpha \frac{\partial J}{\partial w_i} \quad (7)$$

$|y_{0i} + y_i| > y_{max}$  の時,  $y_i$  に補正量  $\Delta y_i$  を加えた値が  $y_{max}$  以下となる様に,  $\Delta y_i$  を次式で与える.

$$\Delta y_i = \frac{1}{2(y_{0i} + y_i)} \{ y_{max}^2 - (y_{0i} + y_i)^2 \} \quad (8)$$

$\lambda_j$  は次の連立方程式の解として求める.

$$\sum_j \left\{ \sum_m h_{im} h_{jm} (y_{0j} + y_j) \right\} \lambda_j = \frac{1}{2\alpha (y_{0i} + y_i)} \{ (y_{0i} + y_i)^2 - y_{max}^2 \} \quad (9)$$

## 4 解析結果

### 4.1 解析条件

軌道長 720m の 50kgN レールを対象とし, まくらぎ間隔は 60cm, 最終道床横抵抗力を 5500N とした. 相関長を  $b=2.84m$  で固定し, 飛び移り座屈温度と最低座屈強さの座屈発生確率を 5000 ケースの解析結果に基づき, モンテカルロシミュレーションにより求めた.

原波形の標準偏差 5mm の下, 上限値 4mm を課す場合と課さない場合の 10m 弦正矢を図-2 に示す.

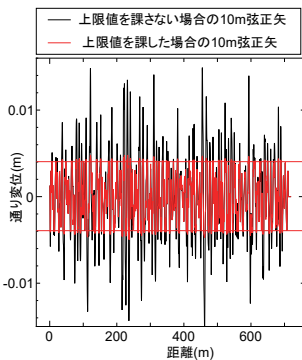


図-2 10m 弦正矢に上限値を課した場合の 10m 弦正矢

本補正により, ほぼ確実に 10m 弦正矢値が 4mm 以下に抑えられており, 当該法の妥当性が確認できる.

### 4.2 座屈確率の評価

$\sigma=5mm$  のランダムな通り変位の 10m 弦正矢に上限値  $y_{max}=4mm$  を課した場合と課さなかった場合のそれぞれを対象に, 最低座屈強さと飛び移り座屈温度の確率分布を求めた結果を図-3 に示す.

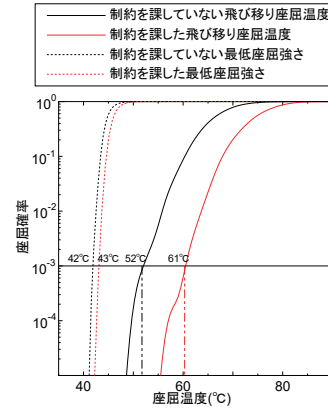


図-3 10m 弦正矢に基づいた通り変位補正が座屈確率に及ぼす影響

図-3 より最低座屈強さは, 10m 弦正矢への制約の有無による差異はほとんどない. 一方, 飛び移り座屈温度には有意な差が認められ, 座屈確率  $10^{-3}$  で比較すると, 10m 弦正矢に制約を課さなかった場合は 52°C, 制約を課した場合は 61°C となっており, 10m 弦正矢に制約を課した初期通り変位波形の修正により, 10°C 近く座屈強度が向上している. また, このことから 10m 弦正矢に制約を課すことにより, 最低座屈強さと飛び移り座屈温度との差である確率的安全余裕度が向上することが分かる.

## 5 おわりに

10m 弦正矢に上限値を課した場合と課さなかった場合とで, 飛び移り座屈の確率に大きな差異を生ずることが分かった. その結果最低座屈強さと飛び移り座屈温度間の確率的安全余裕度にも大きな変化を与えることが分かった.

謝辞 本研究は科研費 (20K04661) の助成を受けたものである. ここに記して謝意を表する.

### 参考文献

- 1) 西宮裕騎, 片岡宏夫: 座屈発生点を考慮したロングレールの座屈安定性の評価法に関する一考察, 鉄道工学シンポジウム論文集, 20, 9-15, 2016.
- 2) 阿部和久, 紅露一寛, 水野雄太: 通り変位波形におけるバラツキが軌道座屈温度の確率特性に及ぼす影響, 鉄道工学シンポジウム論文集, 24, 167-174, 2020.