不完全データに基づく杭基礎支持力評価方法の提案及びその検証

新潟大学大学院自然科学研究科　○学生会員　渡邉慎也
新潟大学工学部建設学科　正会員　大竹雄

1　はじめに

近年，完成後の構造物の不具合が報告され，施工時の品質確保の重要性が広く認識されるようになった．また，構造物の劣化や既存不適格による補修，補強を検討する上では，構造物完成後の初期段階の状態をできるだけ把握することが重要である．本研究で対象とする地盤構造物は，地盤材料特性を十分に把握できない状況で施工を行うため，古くから情報化施工により情報を観測しつつ確実に施工を行う試みが行われてきたが，施工時の観測情報は施工品質や構造物性能を定量的に評価するものではない場合が多い．

本研究は施工時情報を活用し，その情報を対象構造物の性能と関連付け，性能に基づく情報化施工と完成後の補修，補強の意思決定のための基礎情報を得るための方法を検討する．具体的には，回転鋼管杭を対象に検討を行う．回転鋼管杭は，杭先端部分に螺旋状の羽根を設けた鋼管杭であり，打設時に施工時情報として力学的指標である杭頭トルクや貫入量などの施工時情報が得られる．そこで杭の施工現場において，事前に調査・観測を行う標準貫入試験の N 値のみでなく，施工時情報も用いて，その深度に対応した杭の周面摩擦抵抗力を逐次更新する枠組みを提案する．

2　研究に用いるデータ

2.1　データベースの構築とその概要

研究に用いるデータベースは，回転鋼管杭審査証明報告書 [1)2)3)] に収録されたデータと，日本各地での施工記録を収集整理したものである．データベースは鉛直載荷試験，施工時情報，地盤調査の各試験データを収録しており，**表–1** に各試験で計測する指標を示した．しかし，全指標の計測が行なわれたのは 3 現場のみのため，データベースには全ての指標が存在するデータセットが限られおり，多くのデータは一部の指標が存在しない不完全なものである．特に，f_i のデータは他の指標より極めて少なく，逆に施工時に必ず取得できる T，S，N は充実している．つまり，データベースには指標間のデータ数に多寡が生じており，この点を如何に克服するかが，解析上の重要な課題となる．

2.2　データの整理方法とスクリニング

T や S の施工時情報は計測間隔が非常に短く，連続データとみなせる一方，N や f_i はある程度の計測間隔を持つ離散データである．そこで，連続データを一定の深度範囲で平均化を施し，離散データの計測深度に合わせて対応させた．**図–1** は，観測データの一例である．各指標の連続値を黒線，N と f_i の計測深度に対応させた各指標の離散値を青丸点と赤三角点でそれぞれ示した．

表–1　各試験で計測される指標項目一覧

試験名	指標名	記号	単位
全試験	各指標計測深度	Z	m
載荷試験	最大周面摩擦力度	f_i	kN/m^2
地盤調査	N 値	N	-
	土質区分	-	-
施工時情報	杭頭トルク	T	kN · m
	杭 1 回転あたり貫入量	S	m

N については各データの計測深度から，±0.5m の範囲に含まれる連続データの平均値を N の計測深度対応値として扱い，f_i については，載荷試験のひずみゲージ設置深度間のデータの平均値を f_i の計測深度対応値として扱う．

なお，T は回転鋼管杭先端の羽根底面と地盤面との摩擦力により生じると仮定し，T を羽根半径の 3 乗で正規化を施すこととした．回転鋼管杭の羽根半径を r_0(m) とすると，正規化トルク T'(kN/m^2) を下式のように定義する．

$$T' = T/r_0^3 \tag{1}$$

なおデータベースに対し，(1)T，S が非負 (2)N が非負かつ 50 未満，の基準でスクリニングを施している．

3　研究方法

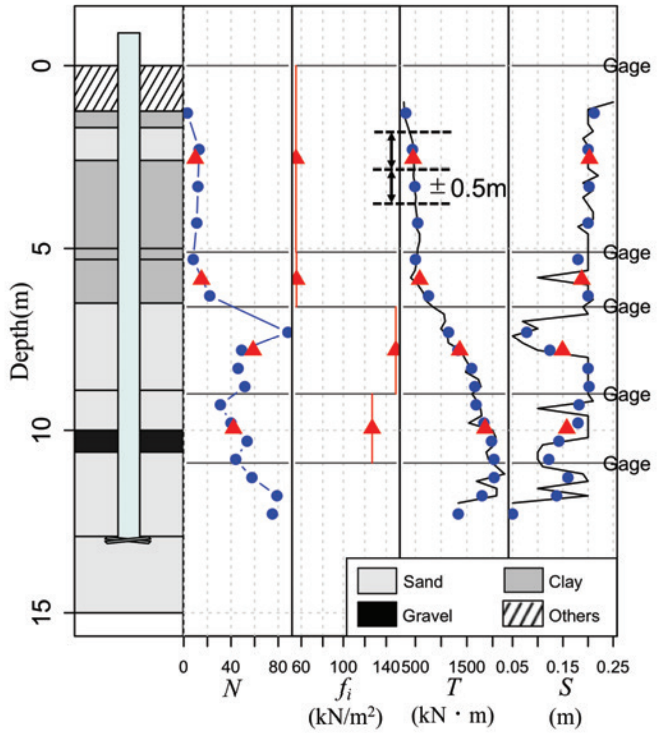
本研究では，先に示した不完全データベースから f_i の推定式（線形モデル）を作成することを目指す．データベース構築後，2 つの推定方法により f_i の推定方法を提案する．

3.1　条件付正規分布を用いた推定式作成方法

多変量正規分布の条件付分布を用いることで，データをできるだけ有効活用した合理的な f_i の推定式を提案する．

まず，$\boldsymbol{x}$ を D 次元確率変数ベクトルとする．

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_D)^T \tag{2}$$



図–1 連続値データの離散化方法

$\boldsymbol{x}$ が D 次元多変量正規分布に従うとすると，その確率密度関数は以下で表される．

$$f\left(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\Sigma}\right)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^D\left|\boldsymbol{\Sigma}\right|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu}\right)^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu}\right)\right\}\qquad(3)$$

$\boldsymbol{\mu}$ と $\boldsymbol{\Sigma}$ は D 次元多変量正規分布のパラメータである．$\boldsymbol{\mu}$ は平均ベクトルであり，$\boldsymbol{\Sigma}$ は共分散行列である．ただし，共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ は正定値行列でなければならない．

次に $\boldsymbol{x}$ を以下のように，$\boldsymbol{x}_1$ と $\boldsymbol{x}_2$ に分割する．

$$\boldsymbol{x}=\left(\boldsymbol{x}_1^T,\boldsymbol{x}_2^T\right)^T\qquad(4)$$

平均ベクトル $\boldsymbol{\mu}$ 及び共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}$ も同様に分割する．

$$\boldsymbol{\mu}=\left(\boldsymbol{\mu}_1^T,\boldsymbol{\mu}_2^T\right)^T\qquad(5)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Sigma}_{11} & \boldsymbol{\Sigma}_{12}\\ \boldsymbol{\Sigma}_{21} & \boldsymbol{\Sigma}_{22}\end{bmatrix}\qquad(6)$$

ここで，$\boldsymbol{x}_1$ の条件付分布 $f(\boldsymbol{x}_1|\boldsymbol{x}_2)$ について考える．$f(\boldsymbol{x}_1|\boldsymbol{x}_2)$ は以下に示す平均ベクトル $\boldsymbol{\mu}_{1|2}$，共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}_{1|2}$ をパラメータとする M 次元多変量正規分布である．

$$f(\boldsymbol{x}_1|\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{\mu}_{1|2},\boldsymbol{\Sigma}_{1|2})=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^D\left|\boldsymbol{\Sigma}_{1|2}\right|}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{\mu}_{1|2}\right)^T\boldsymbol{\Sigma}_{1|2}^{-1}\left(\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{\mu}_{1|2}\right)\right\}\qquad(7)$$

ここで，平均ベクトル $\boldsymbol{\mu}_{1|2}$ と共分散行列 $\boldsymbol{\Sigma}_{1|2}$ は，それぞれ以下の式で表される．

$$\boldsymbol{\mu}_{1|2}=\boldsymbol{\mu}_1+\boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}\left(\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{\mu}_2\right)\qquad(8)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{1|2}=\boldsymbol{\Sigma}_{11}-\boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}\boldsymbol{\Sigma}_{21}\qquad(9)$$

また，式 (8) は以下で示される線形モデルの一例である．

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2\boldsymbol{x}\qquad(10)$$

式 (8) を線形モデルにおける定数 $\boldsymbol{\beta}_1$ 及び回帰係数 $\boldsymbol{\beta}_2$ として表示しなおすと，以下のように表される．

$$切片：\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\mu}_1-\boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}\boldsymbol{\mu}_2\qquad(11)$$

$$勾配：\boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{\Sigma}_{12}\boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1}\qquad(12)$$

以上より，平均ベクトル，共分散行列を推定できれば，f_i の推定式作成が可能となる．ただし，各指標が正規分布に従っていないと考えられる場合には，Box-Cox 変換等の変数変換により，正規分布に近づける操作を行う．

加えて，推定した共分散行列が正定値行列でない場合，その負の固有値をある正の実数に置き換えることで，共分散行列の正定値行列近似を行う．

3.2 平均ベクトル及び分散共分散行列の推定方法

目的変数を f_i とした推定式を作成する上で，平均ベクトル及び共分散行列の推定方法は次の２通り設定した．

3.2.1 平均ベクトル及び共分散行列の推定方法 1

所持するデータベースから，平均ベクトル，共分散行列を作成する．平均及び標準偏差は各指標の存在するデータから算出し，相関係数はペアワイズ消去法により算出する．

3.2.2 平均ベクトル及び共分散行列の推定方法 2

各指標のパラメータの事前分布を作成し，これを現場のデータを尤度としてベイズの定理により，事後分布へと更新する．事後分布よりパラメータの推定値を算出する．

ベイズの定理について説明する．パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ の確率分布を $\pi(\boldsymbol{\theta})$ とする．この $\pi(\boldsymbol{\theta})$ がベイズ更新における事前分布である．$\pi(\boldsymbol{\theta})$ を現場で計測したデータ $\boldsymbol{D}$ に対する尤度 $f(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})$ より，事後分布 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D})$ へと更新する．事後分布 $\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D})$ はベイズの定理により以下の式で表される．

$$\pi(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{D})=\frac{f(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})}{\int f(\boldsymbol{D}|\boldsymbol{\theta})\pi(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta}}\pi(\boldsymbol{\theta})\qquad(13)$$

データ $\boldsymbol{D}$ は現場において計測が可能である $\{N,T',S\}$ であり，更新するパラメータベクトル $\boldsymbol{\theta}$ は以下となる．

$$\boldsymbol{\theta}=\left(\mu_N,\mu_{T'},\mu_S,\sigma_N,\sigma_{T'},\sigma_S,\rho_{NT'},\rho_{T'S},\rho_{SN}\right)^T\qquad(14)$$

3.3　事前分布の作成方法

事前分布に工学的な意味を持たせることを考えて，データベースにより事前分布の作成を行う．事前分布作成にはブートストラップ法を用いた．作成したパラメータの標本分布を最尤推定により確率密度関数のあてはめを行い，事前分布 $\pi(\boldsymbol{\theta})$ として定式化する．あてはめに用いる確率密度関数は，平均 μ_X には正規分布， 標準偏差 σ_X には対数正規分布，相関係数 ρ_{XY} には変域拡張ベータ分布とする．

また，変域拡張ベータ分布とは，ベータ分布の変域条件を，$0 < x < 1$ から $\alpha < x < \beta$ に拡張したものであり，その確率密度関数は以下の式で表される．

$$f\left(x\right) = \frac{g\left(x\right)^{p-1}\left(1-g\left(x\right)\right)^{q-1}}{B'\left(p,q\right)} \tag{15}$$

ただし，式 (15) において $g\left(x\right)$ は，

$$g\left(x\right) = \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} \tag{16}$$

であり，$-1 < g\left(x\right) < 1$，$\alpha < x < \beta$，$p > 0$，$q > 0$ である．また，$B'\left(p,q\right)$ は，以下で定義される．

$$B'\left(p,q\right) = \int_{\alpha}^{\beta} g\left(x\right)^{p-1}\left(1-g\left(x\right)\right)^{q-1}dx \tag{17}$$

変域を $-1 < x < 1$ とした変域拡張ベータ分布を，相関係数の事前分布に用いる．

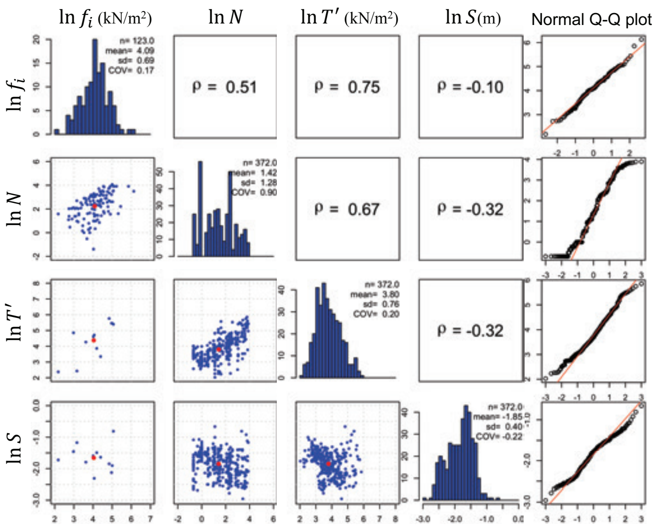
3.4　観測データに基づくパラメータ事前分布更新方法

パラメータの事後分布への更新には，粒子フィルタ [5] を用いる．観測データは現場で計測可能なデータである N, T', S の 3 つの指標である．これらを式 (11) における $\boldsymbol{D}$ とし，$\boldsymbol{D}$ に対する尤度 $f(\boldsymbol{D}|\theta)$ を重みとし，事前分布からのリサンプリングにより，事後分布を推定する．事後分布への更新は 5m 毎に行い，事後分布の平均値を多変量正規分布の新たなパラメータとし，逐次推定式を更新する．

4　研究結果

4.1　データ整理結果

図–2 に対数変換後の各指標の対散布図，ヒストグラム及び正規 Q-Q プロット図を示した．対散布図には，各指標の平均値も赤点で示している．変換前は，各指標の分布は右方向に裾が長い分布であり，正規 Q-Q プロット図からも，各指標は正規分布に従っていないと判断した．そこで，変数変換の簡便さの観点から，分布を正規分布へと近づける手段として対数変換を用いた．**図–2** より，対数変換後の分布は，正規分布に概ね近くなったことがわかる．対散布図からも，同時分布が平均値を中心として分布しており，対数変換によって正規分布に近づいたことがわかる．



図–2　データ整理結果（対数）

よって，作成する推定式は両辺対数線形モデルになる．

$$\ln \hat{f}_i = \ln(\beta_0) + \beta_N \ln N + \beta_{T'} \ln T' + \beta_S \ln S + \ln(\epsilon) \tag{18}$$

式 (18) は，対数軸における推定値 $\ln \hat{f}_i$ を与えるので，通常軸における推定値 $\hat{f}_i$ を考える必要がある．通常軸上の推定値として，対数正規分布の平均値を考えることとした．つまり，式 (18) を変形して，通常軸上では以下の式となる．

$$\hat{f}_i = \beta_0 \times N^{\beta_N} \times T'^{\beta_{T'}} \times S^{\beta_S} \tag{19}$$

4.2　作成した推定式による推定結果（推定方法 1）

データベースより推定した平均ベクトル及び共分散行列を用いて，式 (8) 及び式 (9) より，以下の推定式を得た．

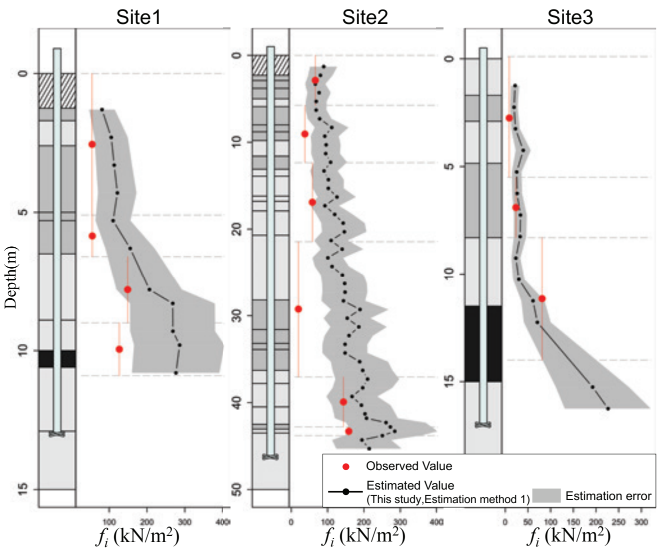
$$\ln \hat{f}_i = 0.02 \ln N + 0.70 \ln T' + 0.28 \ln S + 0.20 \tag{20}$$

$$\sigma_{\ln \hat{f}_i} = 0.45 \tag{21}$$

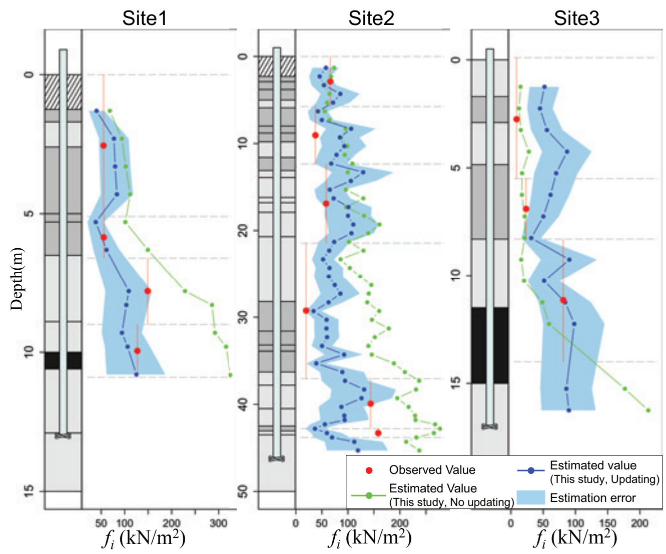
図–3 に式 (20) による f_i の推定結果を示した．赤点は載荷試験での f_i の計測値，黒線は式 (20) による推定値 $\hat{f}_i$ である．$\hat{f}_i$ は計測値の傾向を概ね良く説明しているように見られるが，比較的大きな誤差を有しているように見える．

4.3　作成した推定式による推定結果（推定方法 2）

事前分布の作成結果を**表–2** に示した．また，**表–3** に推定方法 2 により作成した f_i の推定式の回帰係数，対数軸における推定値の標準偏差 $\sigma_{\ln \hat{f}_i}$，変動係数 $COV_{\hat{f}_i}$ を深度毎に示した．深度 5m 毎に推定式更新を行うため，更新区間別に結果を示している．さらに，**図–4** に f_i の推定結果を示した．緑線は事前分布より算出した推定結果，また，青線は推定式の更新により得られた推定値 $\hat{f}_i$ である．水色の領域により，推定誤差範囲も示している． どの現場でも，推定方法 1 に比べて，推定方法 2 の推定結果が載荷試



図–3 推定結果（推定方法 1）



図–4 推定結果（推定方法 2）

表–2 事前分布作成結果

θ	PDF	PDF パラメータ	
$\mu_{\ln N}$	正規分布	$\mu = 1.92$	$\sigma = 0.85$
$\mu_{\ln T'}$		$\mu = 3.96$	$\sigma = 0.83$
$\mu_{\ln S}$		$\mu = -1.73$	$\sigma = 0.21$
$\sigma_{\ln N}$	対数正規分布	$\mu = 0.01$	$\sigma = 0.24$
$\sigma_{\ln T'}$		$\mu = -0.56$	$\sigma = 0.34$
$\sigma_{\ln S}$		$\mu = -1.34$	$\sigma = 0.47$
$\rho_{\ln N \ln T'}$	変域拡張ベータ分布	$p = 10.41$	$q = 1.77$
$\rho_{\ln T' \ln S}$		$p = 1.61$	$q = 3.78$
$\rho_{\ln S \ln N}$		$p = 1.70$	$q = 2.62$

表–3 回帰係数，推定誤差及び変動係数の推移

site	Depth (m)	β_N	$\beta_{T'}$	β_S	β_0	$\sigma_{\ln \hat{f}_i}$	$COV_{\hat{f}_i}$
1	0-5	0.31	0.61	-0.69	0.75	0.42	0.44
	5-10	0.35	0.37	-0.20	2.20	0.49	0.51
	11-15	0.25	0.28	-0.13	5.99	0.55	0.60
2	0-5	0.29	0.50	-0.54	2.44	0.48	0.50
	5-10	0.36	0.39	-0.42	3.10	0.49	0.52
	11-15	0.47	0.25	-0.29	3.13	0.50	0.53
	16-20	0.46	0.29	-0.19	2.94	0.47	0.51
	21-25	0.43	0.46	-0.52	1.11	0.43	0.45
	26-30	0.47	0.29	-0.39	3.42	0.49	0.52
	31-35	0.52	0.44	-0.92	0.73	0.40	0.42
	36-40	0.38	0.32	-0.40	1.73	0.51	0.55
	41-45	0.45	0.25	-0.38	2.18	0.52	0.56
	46-50	0.25	0.31	-0.17	5.16	0.54	0.58
3	0-5	0.39	0.38	-0.28	7.85	0.47	0.50
	5-10	0.31	0.36	-0.40	8.25	0.52	0.56
	11-15	0.28	0.33	-0.13	6.89	0.52	0.56
	16-20	0.28	0.38	-0.26	3.00	0.51	0.55

験の実測値を良く説明している事がわかる．従って本論文で提案している，現場データに基づいて信頼性を更新する方法（推定方法 2）に基づけば，回転鋼管杭の打設時にリアルタイムで支持力を推定し，その信頼性に関する情報を取得できる可能性が示唆される．

5　まとめと今後の課題

本研究は回転鋼管杭を対象に，施工時情報を有効活用して精度の高い最大周面摩擦力度の推定を行い，杭支持力の信頼性をリアルタイムで更新・確認する方法の開発を目指した．地盤の特徴は，深度方向に大きく変化しているため，深度 5m 単位で推定式を更新することにより，最大周面摩擦力度の推定精度が向上することを確認した．これより施工現場において，リアルタイムで杭基礎の支持力推定の信頼性を更新できる可能性を確認した．

今後はデータベースを拡充し，より精度の良い推定式や事前分布の作成，また新データに対する推定結果検証を考えている．その他に主成分分析などの統計的手法により，各指標の相関性や更新過程と地盤条件との関係性を詳細に分析し，地盤工学的視点からの詳細な考察を行っていく．

参考文献

1) 財団法人国土技術研究センター：建設技術審査証明事業報告書 NS エコパイル工法，2004.
2) 財団法人土木技術センター：建設技術審査証明報告書 先端翼付き回転貫入鋼管杭「ジオウィング・パイル」，2009.
3) 財団法人土木技術センター：建設技術審査証明報告書 先端翼付き回転貫入鋼管杭「つばさ杭」，2011.
4) J., Ching and K.-K., Phoon：Multivariate distribution for undrained shear strengths under various test procedures, Canadian Geotechnical Journal, 50: 907-923, 2013.
5) ：Beyond the Kalman Filter : Particle Filters for Tracking Applications, Artech House, 2014.