

落差工に影響を及ぼす浸透流の数値計算

長岡技術科学大学大学院
長岡技術科学大学
長岡技術科学大学大学院
長岡技術科学大学大学院

環境社会基盤工学専攻 非会員 ○森山 諒
環境社会基盤工学 正会員 細山田 得三
環境社会基盤工学専攻 学生会員 小田島 寛通
環境社会基盤工学専攻 非会員 山本 一貴

1. はじめに

全国の河川において、河床低下を防止して河床を安定させるために、床止め工という横断構造物が設置されている。床止め工は本体、水叩き、護床工をはじめ、いくつかの構造物から構成される。¹⁾各構造物には、流速、水圧、土圧、揚圧力などの外力が作用するが、浸透流を評価することが、それらを理解する基本となると思われる。

平成23年6月の豪雨では、以前から河床低下が進行していた黒部川の愛本床止めにおいて河床低下と、護床ブロック下流端で局所洗堀が進行し、下流から護床ブロックの沈下、流出が生じた²⁾。また、香川県の土器川や、島根県の斐伊川などでも河床低下が進行している。

このような事例に対して本研究では、河川構造物上下流の水位差によって生じる地盤内の動水勾配によって引き起こされる浸透流に着目し、数値計算で実現象の再現を行うことによって護床工流出の原因を確かめた。

2. 計算方法の整理

今回の解析は実験で用いた条件に基づいて行うため、実験の写真をもとに領域を作成し、地盤、水、構造物で条件付けを行った。そのイメージを図-1に示す。解析を行う上で使用した手法は以下の手法である。

(1) SOLAアルゴリズム

今回解析に用いた手法であるSORA(numerical SOLution Algorithm for transient fluid flow)アルゴリズムとは、非定常な流れの問題に適用可能なものである。流れを解くために多くの研究が積み上げられてきたが、特に大規模なコンピュータプログラムを必要とせず、初学者にも流れを数値解析する手法として広く利用されているものであ

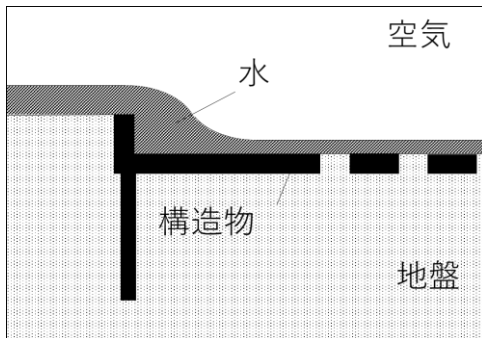


図-1 計算領域のフラッキング

る。³⁾差分格子系をスタガードメッシュ系とし、直交格子(i, j)に基づいて離散化する。

圧力はセルの中心で定義し、流速u, vはセルエッジで定めるとする。内容としては、初期値から初めて時刻nまで進行してきているとすると、離散されたナビエ・ストークス(NS)方程式の陽スキーム(1a), (1b)に従って、時刻(n)の変数値から u^{n+1} , v^{n+1} が計算される。

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^n + \Delta t \left[\frac{1}{\Delta x} (p_{i,j}^n - p_{i,j+1}^n) - g_x \right. \\ \left. - f_{ux}^n - f_{uy}^n + f_{visx}^n \right] \quad (1a)$$

$$v_{i,j}^{n+1} = v_{i,j}^n + \Delta t \left[\frac{1}{\Delta y} (p_{i,j}^n - p_{i,j+1}^n) - g_y \right. \\ \left. - f_{vx}^n - f_{vy}^n + f_{visy}^n \right] \quad (1b)$$

ここで、gはx方向及びy方向における重力加速度、pは圧力、 f_{ux}^n , f_{uy}^n , f_{vx}^n , f_{vy}^n はNS方程式における対流項、 f_{visx}^n , f_{visy}^n は粘性項を表す。

この後、流速の離散がゼロとなる連続条件式を課し、流速と圧力を同時に緩和するスキーム(PV-iteration)を経て流速と圧力の更新値を得る。以上は、非圧縮性流体計算の定型的処理である。

(2) 浸透流方程式の導出と透水係数に関する考察

a) 定常ダルシー則の誘導と透水係数の不均一性の処理

地盤内部の空隙を流れる浸透流は、実際は土粒子(個体)の周辺の空隙を流れるが、複雑な土粒子の配置・形状に応じた空隙(空隙率 λ)を計算に取り入れることは不可能である。そのため、ある断面について土粒子部(水速度ゼロ)と空隙部(水速度あり)の断面平均流速をダルシー流速 $u(= \lambda u')$ として計算を行う。従って実際に空隙を流れる流速よりも遅い流速を対象としている。そのため流れの方程式には地盤骨格等の情報を用いた式の変形が適用される。ここでは空隙を流れる浸透流 u' についての式の変形を示す。流れの基礎方程式は以下に示すナビエ・ストークス(NS)方程式である。

$$\frac{D u'_i}{D t} = - \frac{\partial}{\partial x_i} (p + \Omega) + \nu \Delta u'_i \quad (2a)$$

ここで、 D, u'_i, p, Ω, ν は、それぞれ、ストークス微分、空隙内の浸透流、圧力、ポテンシャルエネルギー(=gz)、動粘性係数である。この式の流速はダッシュの記号で示されているが、式(2a)の内容は流れの中に障害物がない通常のNS方程式である。ここで、左辺の移流項

は粘性項と比較して小さいために無視し、右辺の第二項は以下のように示される。

$$v\Delta u'_i = -k' \frac{vu'_i}{d^2} \left(\frac{1-\lambda}{\lambda} \right)^2 \quad (2b)$$

ここに、 λ, d はそれぞれ、空隙率、土粒子の粒径であり、 k' は無次元の係数である。流速を d^2 で除すものであり、流速の2回微分に相当し、それ以外の項は無次元となっている。さらに記号を以下のように定義する。

$$K \equiv \frac{gd^2}{k'v} \frac{\lambda^3}{(1-\lambda)^2}, \quad \Phi \equiv \frac{\Omega}{g} + \frac{p}{\rho g} = z_* + \frac{p}{\rho g}$$

K は通常のダルシー則に用いられる透水係数であり、速度の次元を持つ。 Φ はヘッド、すなわちピエゾ水頭であり、長さの次元を持つ。これを式(2a)に式(2b)を代入して記号を用いて式を整理すると、

$$\mathbf{u} = -K\nabla\Phi \quad (2c)$$

となり、ダルシー流速を表現する式が得られた。なお、 K には比例係数 k' が含まれ、現実には土粒子の種類や様々な非一様な条件などが含まれるため、正確な値を調べることはきわめて困難である。また、ダルシー流速は通常の数値計算に用いられるスタガード格子の流速と同じとなるため、連続条件式が通常のまま成立し、流速の発散がゼロとい質量保存の制約を適用することができる。その結果、

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla \cdot (-K\nabla\Phi) = -K\Delta\Phi = 0$$

となり、以下のラプラス方程式が誘導される。

$$\Delta\Phi = 0 \quad (2d)$$

この式は計算領域の境界上で与えられた Φ の境界値を参照しながら定常解を求める境界値問題であり、落差工周辺の流れ場の条件、すなわち上流側の水位が高いためピエゾ水頭が高く、落差工下流側の低水位での低いピエゾ水頭に応じて、下流側の底面に向かう流れが形成されるはずである。また水を通さない構造物と地盤の境界面では式(3)に応じた流速0の境界条件を付加して計算する。以上のような計算手法は飽和浸透流計算として例えばダムの堤体下部の浸潤線の計算などに用いられる。

もし、透水係数 K が明らかに空間的に分布を持っている場合、たとえば、地盤の性質が空間的に変化しているような場合は透水係数 K は空間の関数となる。この場合、式(2c)から式(2d)に至る過程で式が変更され、

$$\nabla \cdot (K\nabla\Phi) = \nabla K \cdot \nabla\Phi + K\Delta\Phi = 0 \quad (2e)$$

となり、ポアソン方程式となる。

b) 非定常ダルシー則とNS方程式に基づく浸透流

上記の計算方法は定常解を求めることが目的となっており、時間発展などを求めることができない。落差工周辺はブロックの形状や高速流から生じる乱れや渦などが活発に生じ流体運動の時間発展を解析する必要がある。本



写真-1 地盤に用いた材料（東北珪砂5号）

表-1 Creagerによる代表粒径と透水係数の関係²⁾

有効径 D ₂₀ (mm)	透水係数 k(cm/s)	土質	有効径 D ₂₀ (mm)	透水係数 k(cm/s)	土質
0.005	3.00 × 10 ⁻⁶	粗粒粘土	0.12	2.6 × 10 ⁻³	細砂
0.01	1.05 × 10 ⁻⁵	細粒シルト	0.14	3.8 × 10 ⁻³	〃
0.02	4.00 × 10 ⁻⁵	粗粒シルト	0.16	3.1 × 10 ⁻³	〃
0.03	8.50 × 10 ⁻⁵	〃	0.18	6.85 × 10 ⁻³	〃
0.04	1.75 × 10 ⁻⁴	〃	0.20	8.90 × 10 ⁻³	〃
0.05	2.80 × 10 ⁻⁴	〃	0.25	1.40 × 10 ⁻²	〃
0.06	4.60 × 10 ⁻⁴	微細砂	0.30	2.20 × 10 ⁻²	中砂
0.07	6.50 × 10 ⁻⁴	〃	0.35	3.20 × 10 ⁻²	〃
0.08	9.00 × 10 ⁻⁴	〃	0.40	4.50 × 10 ⁻²	〃
0.09	1.40 × 10 ⁻³	微細砂	0.45	5.80 × 10 ⁻²	〃
0.10	1.75 × 10 ⁻³	〃	0.50	7.50 × 10 ⁻²	〃

研究では非定常な浸透流を計算する手法を開発し、低圧部から生じる土砂の吸い出しに寄与するとみられる流速の評価を実施した。ダルシー流速 u_i の発展方程式は式(2a)に空隙率 λ を乗じて変形することによって得られた。

$$\lambda \frac{Du'_i}{Dt} = -\lambda \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{p}{\rho} + \Omega \right) + \lambda v \Delta u'_i \quad (2f)$$

$$\begin{aligned} \frac{Du_i}{Dt} &= -\lambda \frac{\partial}{\partial x_i} (g\Phi) - k' \lambda \frac{vu'_i}{d^2} \left(\frac{1-\lambda}{\lambda} \right)^2 \\ &= -\lambda \left(\frac{\partial}{\partial x_i} (g\Phi) + k' \frac{vu_i}{\lambda d^2} \left(\frac{1-\lambda}{\lambda} \right)^2 \right) \\ &= -\lambda \left(\frac{\partial}{\partial x_i} (g\Phi) + g \frac{k'v}{gd^2} \frac{(1-\lambda)^2}{\lambda^3} u_i \right) \\ &= -\lambda \left(\frac{\partial}{\partial x_i} (g\Phi) + \frac{v}{K_p} u_i \right) \\ &= -\lambda \left(\frac{\partial}{\partial x_i} (g\Phi) + \frac{v}{K_p} u_i \right) \end{aligned}$$

ここで、

$$K_p \equiv K \frac{v}{g} \quad (2g)$$

であり、一般的に広く用いられている透水係数 K が速度の次元を持つのに対し、 K_p 長さの2乗の次元となっている。本稿では、2つの透水係数を k_i, k_p として別の記号で表現しているダルシー則に使われる場合、重力加速度を除いて K が使われることが多いが海岸工学などのように重力による波の回復力を評価する必要がある場合や

非定常の浸透流解析を行う場合、重力項を含めるために K_p が用いられることがある。また、名称についても両者とも透水係数と称されるために混乱が生じる場合がある。本研究では重力加速度および水の分子動粘性係数はそれぞれ、 980cm/s^2 、 $0.01\text{cm}^2/\text{s}$ とした。

(3) 室内試験による透水係数の推定

本実験に用いた地盤は写真-1に示す東北珪砂5号であり、有効径 D_{20} の粒径 0.5mm である。透水係数の推定は表-1に示す Creager による代表径²⁾を用いた方法によって与えられており、この表によると有効径 D_{20} の粒径 0.5mm に対応する透水係数は $7.50 \times 10^{-2}\text{cm/s}$ である。一方、室内実験の方法は JIS A 1218 規格に基づくもので、透水係数 K は $7.26 \times 10^{-2}\text{cm/s}$ であった。透水試験と既往研究の値はほぼ一致していることが確認され、本実験で用いた地盤の透水係数 K についてはこの値を使用することとした。なお、式(2g)で示したもう1つの透水係数 K_p は、 $7.4 \times 10^{-7}\text{cm/s}$ となり、以下の計算にはこの値を用いた。

3. 結果と考察

図-3には浸透流に関して定常ダルシー則に基づく数値計算結果と室内実験による染料の移動によって示した結果を比較して示している。定常ダルシー則による浸透流の可視化には垂直の遮水板の左側（上流側）の地盤に染料濃度に対応した値を定期的に与えてそこから浸透流によって移動する濃度を時間的に追跡した。計算は地盤内部だけを解き、構造物上下流には定常的なピエゾ水頭を地盤上端に定期的に負荷した。構造物や地盤境界では不透過条件を課した。なお、実験における水面形状は数十分程度ほぼ定常であることを確認している。

解析結果による動画は実験結果の動画に時間を合わせることで表示している。着色部の浸透流速は画像解析の結果、解析と実験、どちらにおいてもおよそ 0.03cm/s であった。比較してみると、図の上段では、室内実験では矢板の下に向かって染料がそれぞれ合流せずに伸びているが、計算結果を見ると染料の広がり方に若干の違いは見られるが、実験と同様に矢板の下に向かって伸びていることがわかる。図の中段では、室内実験では二つの染料は矢板を避けつつ、避けた後に流下方向の水面を目指していることがわかる。計算結果では、同様に矢板を避けた後、同様に水面へ向かっているが、実験と違い拡散していることが見て取れる。下段では、実験結果は、それぞれの染料はおおよそ等ポテンシャル線のような軌道を描き、最終的にそれぞれ最短距離で水面へ向かっていることがわかる。中心寄りの染料は最終的に落差工の下流端（ブロックと落差工の目地）へ向かっているが、これは、矢板と落差工の間にわずかな隙間があり、その隙間から水が漏れ出してしまったためである。計算結果を見てみると、染料の広がり方としては類似したような広がり方をしており、等ポテンシャル線のよ

うな線ではなかった。原因として考えられるのは、解析は限りなく実験の条件と近づけて行ったが、NS方程式で実現象を再現するには限界がある。また、実験では落差工と矢板の間には隙間が存在し、護床ブロックも図-3の中段の時点で変状を受けており、これらが解析との違いの原因であると考えられる。また、図-3の上段の右図からわかる通り、下からの浸透流により地盤が削られ、護床ブロックを飛ばす原因となっていると判断できた。

非定常ダルシー則を用いた計算の結果を図に示す。地盤上の流れはNS方程式に基づくが、水面形は変動せず一定の水面形状を境界としている。左端の水部では流入流速 20cm/s とし、地盤の左端の流入条件は水部の1000分の1である 0.02cm/s とした。右端の流出条件では水平流速の x 方向勾配がゼロになるようにして流出させた。水面を固定したことによって跳水の移動などを含めた解析はできないが、実験によって現象の定常性はおおむね確認されており、今回は水面形の変動はないものとした。この計算で浸透流は落差工の左側では鉛直上側に向かう成分と下側に向かう成分に分かれる結果となった。これは室内実験では現時点では十分確認されていない。浸透流速が鉛直上側に向かうということは、地盤内部の圧力と上部の水部の圧力の差が静水圧での差よりも大きくなり、重力をよりも圧力による上向きの力が大きくなっていることを意味しており、水が速度成分を持つことで水部の圧力が低減したことが考えられるが、現時点では十分な考察ができていない。鉛直の遮水壁を迂回して下流側に移動した浸透流はそのまま下流側に押し込まれて行き、落差工とブロックの目地から抜けていく現象が確認されなかった。浸透流が大きくなってくると水位差に応じた大きな流れに発展して構造物自体が不安定となる現象を生じる可能性があるが、本計算では確認されてなかった。地盤上部に玉砂利を混入させて地盤の変状を抑制した固定床に対応した計算や種々の境界条件を変化させたことによる結果の違いを調べていく必要がある。

4. 今後の展望

今回は解析のためのプログラム作成、室内実験による実際の浸透流の動きを確認し、解析の結果の妥当性の確認のため、室内実験の結果との比較を行った。

今後の展望としては、今回の解析で再現性は確認されたが、室内実験との整合性が取れていない部分があるため、プログラムを改良して整合性を高めていく予定である。また、現在領域のフラグgingを行うために一度写真からピクセルデータを読み取り、手作業で境界を描く必要があったため、実験条件を変えた場合、解析をするまでに多く時間を要している。そのため、Opencvなどにより自動で読み取りをすることによって、時間短縮を図り、様々なパターンで解析を可能にする予定である。

参考文献

- 1) 高橋 亮一, 棚町 芳弘, 計算力学とCAEシリーズ3差分法, 培風館, pp.204-208, 1993.
- 2) 社団法人地盤工学会, 土質試験-基本と手引き- (第一回改訂版), 丸善, pp.99, 2001.
- 3) 国土技術研究センター, 床止めの構造設計手引き, 山海堂, 1998..
- 4) 前河原 和也, 細山田 得三, 河床構造物下部地盤内の浸透流に関する研究, 長岡技術科学大学修士論文, 2017.
- 5) 北陸地方整備局 河川部 黒部河川事務所, 第3回 黒部川河道検討会 資料, 2014.

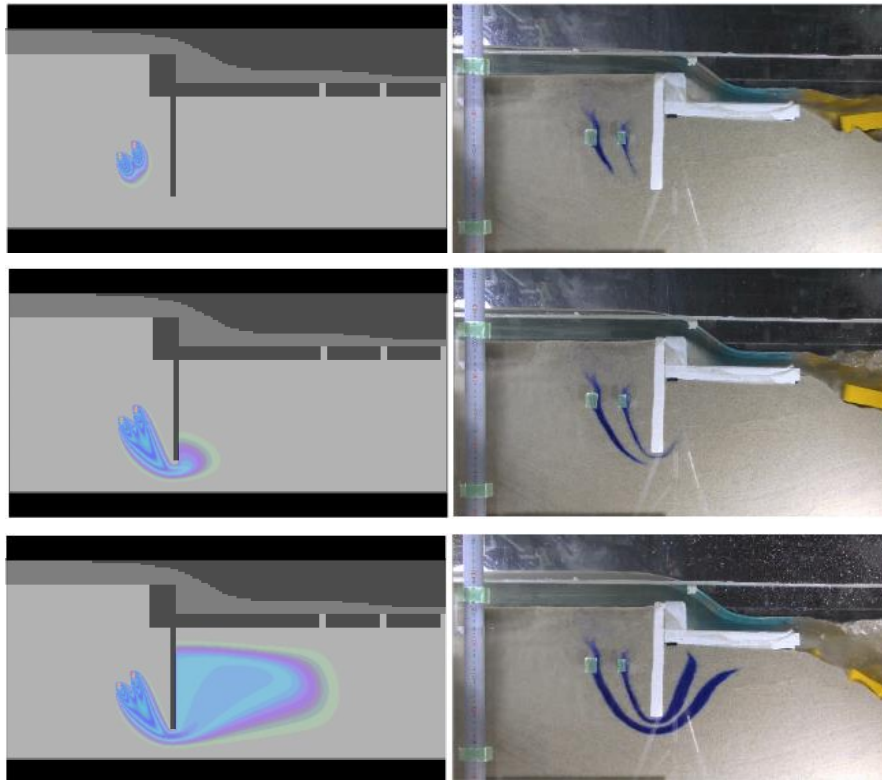


図-3 定常ダルシー則での浸透流計算と室内実験による染料の変化

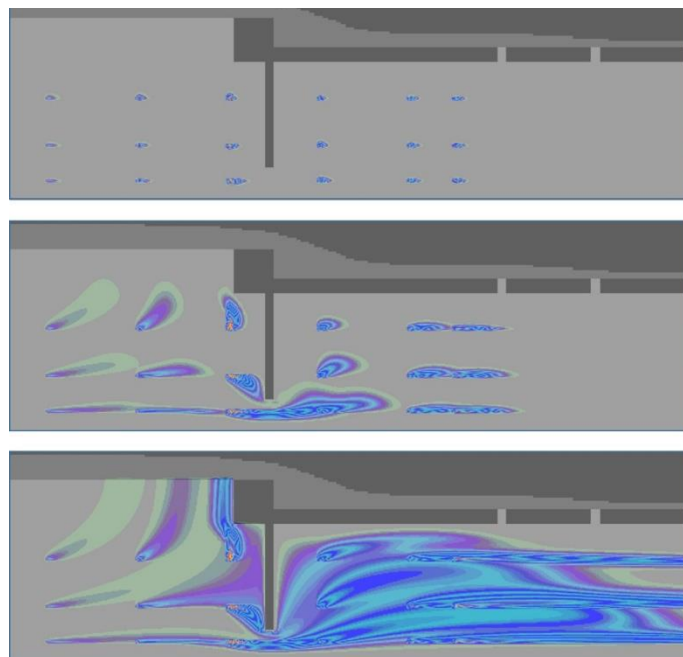


図-4 非定常ダルシー則によって求めた浸透流の可視化結果