

交互砂州の流下状態の理論的評価について

新潟大学大学院自然科学研究科 ○学生会員 石原 道秀
新潟大学災害・復興科学研究所 正会員 安田 浩保

1 はじめに

一定流路幅かつ直線流路に人工改修された河川の河床には交互砂州と呼ばれる周期的な底面起伏が普遍的に存在する。これまでの研究により、交互砂州の発生条件^{1),2)}や発達過程³⁾が解明されてきた。一方で、交互砂州の流下に関しては研究事例は現状では後述の通り僅少である。木下ら⁴⁾は数十時間におよぶ模型実験を行い、交互砂州の発生から波長や波高の増大に伴って波速が緩慢になることを報告している。数値計算⁵⁾と実河川⁶⁾における研究でも同様の結果が確認されている。交互砂州は一方向にのみ伝播することが理論解析⁷⁾を用いて明らかにされている。また、上流端に与える給砂量の増減によって交互砂州の波速が増減することが最近指摘されている^{8),9)}。無次元掃流力を用いた土砂移動の有無に基づき交互砂州の流下を考察¹⁰⁾した研究も実施されている。しかし、交互砂州の流下の力学機構は未解明のままである。

本研究では交互砂州の流下状態を理論的に評価するため、1) 河床波の波速の理論式を導出し、2) 模型実験および数値計算から同理論式の妥当性を検証し、3) 同理論式中の水理量から交互砂州の流下を支配する水理量を明らかにする。

2 模型実験

2.1 実験条件

本研究の模型実験に用いた水路は、全長 12.0m、流路幅 45cm、水路勾配 1/200 の直線矩形断面水路である。上流端から 0.9m の助走区間を設け、そこから下流側へ 11.0m の区間に平均粒径 0.76mm の 4 号珪砂を均一に敷き詰め、これを初期河床とした。水理条件は交互砂州の発生を狙い、黒木・岸²⁾の中規模河床形態の領域区分を参考に交互砂州の発生領域に設定した。この時の流量は 1.7L/sec、川幅水深比は 11.1、無次元掃流力は 0.08 とした。給砂条件は上流端の境界条件の底面高を一定に保つように予備実験での給砂量を参考に 20 分に一度、約 300g を横断方向に均等に給砂した。通水時間は交互砂州が発達し、流下と形状変化が緩慢となることが確認された 6 時間まで行った。

水面と底面の形状計測には、光切断法を計測原理とする水面と底面の同時かつ高解像度な計測法 Stream Tomography(以下、ST)を用いて、10 分間隔で計測した。計測した

水面と底面の解像度は縦横断方向ともに 1cm 間隔とした。ST による水面と底面の計測手法および幾何学処理の詳細、計測装置の概要は別報¹¹⁾を参照されたい。

2.2 実験結果

図-1 は ST により計測した底面形状の時間変化を約 30 分毎の示したものである。同図中の破線は交互砂州の流下を追跡するために任意で設けた特徴点の軌跡を示したものである。本研究では交互砂州の前縁部を特徴点と定義し、この特徴点の時間当たりの移動量から次章にて用いる波速の実測値を算出した。

平坦床から通水開始 90 分程度で底面に明瞭な交互砂州が発生し、最終時刻の 360 分にかけて流下しながら底面起伏を発達させていることが確認できる。また、通水開始 180 分近くで破線の傾きが変化していることから交互砂州の波速が緩慢になったことが推測される。このことから、本研究で実施した模型実験において形成された交互砂州が既往の研究^{4),8),9)}と同様の結果であることが確認できる。次章では、通水中に計測した底面形状および数値計算を用いて河床波の波速の理論式の妥当性について検証する。

3 理論式の妥当性の検証

3.1 河床波の波速の理論式の導出

交互砂州の流下状態の理論的な評価のために河床波の波速の理論式を導出した。同理論式の導出は主に河床連続式に掃流砂のみを考慮した式(1)Exner 式、流砂量式、式(5)の水面形方程式を用いる。既往の研究¹³⁾では流砂量式に芦田・道上式を用いているが、本研究では芦田・道上式よりも式(2)Meyer-Peter and Müller 式(以下、M.P.M 式)が同理論式に妥当であることを確認した上で M.P.M 式を用いた。また、無次元掃流力については式(3)を用いている。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$q_B = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \sqrt{sgd^3} \quad (2)$$

$$\tau_* = \frac{n^2 u^2}{sdh^{1/3}} \quad (3)$$

ここで、 z は底面高、 λ は河床空隙率、 q_B は掃流砂量、 τ_* は無次元掃流力、 τ_{*c} は限界掃流力、 s は砂粒子の水中比

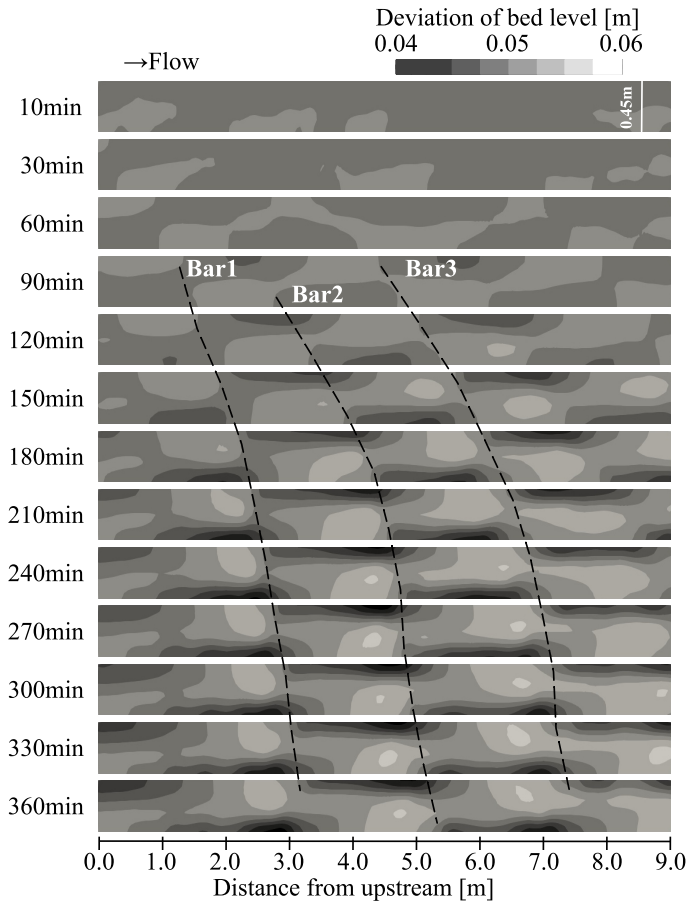


図-1 底面形状の時間変化

重, g は重力加速度, d は粒径, n は粗度係数, u は流下方向成分の流速, h は水深である. また, 式(1)中の $\partial q_B / \partial x$ は合成関数の関係から以下ようになる.

$$\frac{\partial q_B}{\partial x} = \frac{\partial q_B}{\partial \tau_*} \frac{\partial \tau_*}{\partial h} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (4)$$

式(4)中の $\partial h / \partial x$ は不等流の水面形方程式を用いた.

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{i_0 - I_e}{1 - Fr^2} \quad (5)$$

ここで, i_0 は河床勾配 ($-\partial z / \partial x$), I_e はエネルギー勾配, Fr はフルード数である. 式(2),(3),(4),(5)を整理すると以下の双曲型微分方程式が得られる. 導出した方程式の内, A_s が河床波の波速を表している.

$$\frac{\partial z}{\partial t} + A_s \frac{\partial z}{\partial x} = -A_s I_e \quad (6)$$

$$A_s = \frac{4(\tau_* - \tau_{*c})^{1/2} \sqrt{sgd^3 I_e}}{sd(1-\lambda)(1-Fr^2)} \quad (7)$$

3.2 実測の波速との比較

既往の研究において式(1)Exner式を双曲型偏微分方程式に変形した河床波の波速の理論式は提案されている. しかし, その使用目的は数値計算の安定性の検証方法¹²⁾や

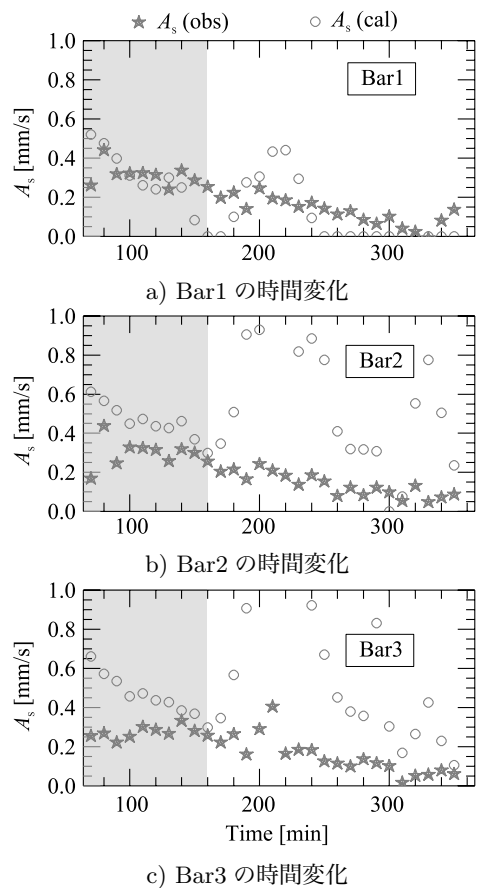


図-2 波速の実測値と理論値の時間変化

実験条件の設定方法¹³⁾などに留まっていた. 本節および次節では, 前節で導出した河床波の波速の理論式の妥当性について検証する. 図-2 a), b), c) に図-1中の Bar1, 2, 3の波速の実測値と波速の理論値の時間変化を示す. 図-2中の波速の理論値は, 波速の実測値の算出に用いた特徴点上の水理量から算出している. また, 水理量の算出には, 計測した底面形状を既知として平面二次元水理解析を実施することとし, その数値解析モデルには iRIC に同梱される平面二次元解析のソルバーである Nays2D を用いた. 境界条件として, 下流端は等流水深, 上流端に流量 1.7L/s を与えた.

発生初期における交互砂州の実測の波速は, 全ての砂州において約 0.4mm/s であるに対し, 通水終了間際の 360 分ではいずれの砂州も約 0.1mm/s 以下と約 1/4 程度まで低下している. 図-2中の波速の実測値と理論値を比較すると, 交互砂州発生初期から約 160 分まで全ての特徴点における両者の関係は約 1 から 3 倍程度の差異はあるものの, 波速の理論値が実測値を良好に推定していることが確認できる. これに対して通水開始から 160 分以降では両者の乖離が目立つようになる. 最終時刻の 360 分付近においては 10 倍以上も両者の値が異なる流下が顕著から通水開始から

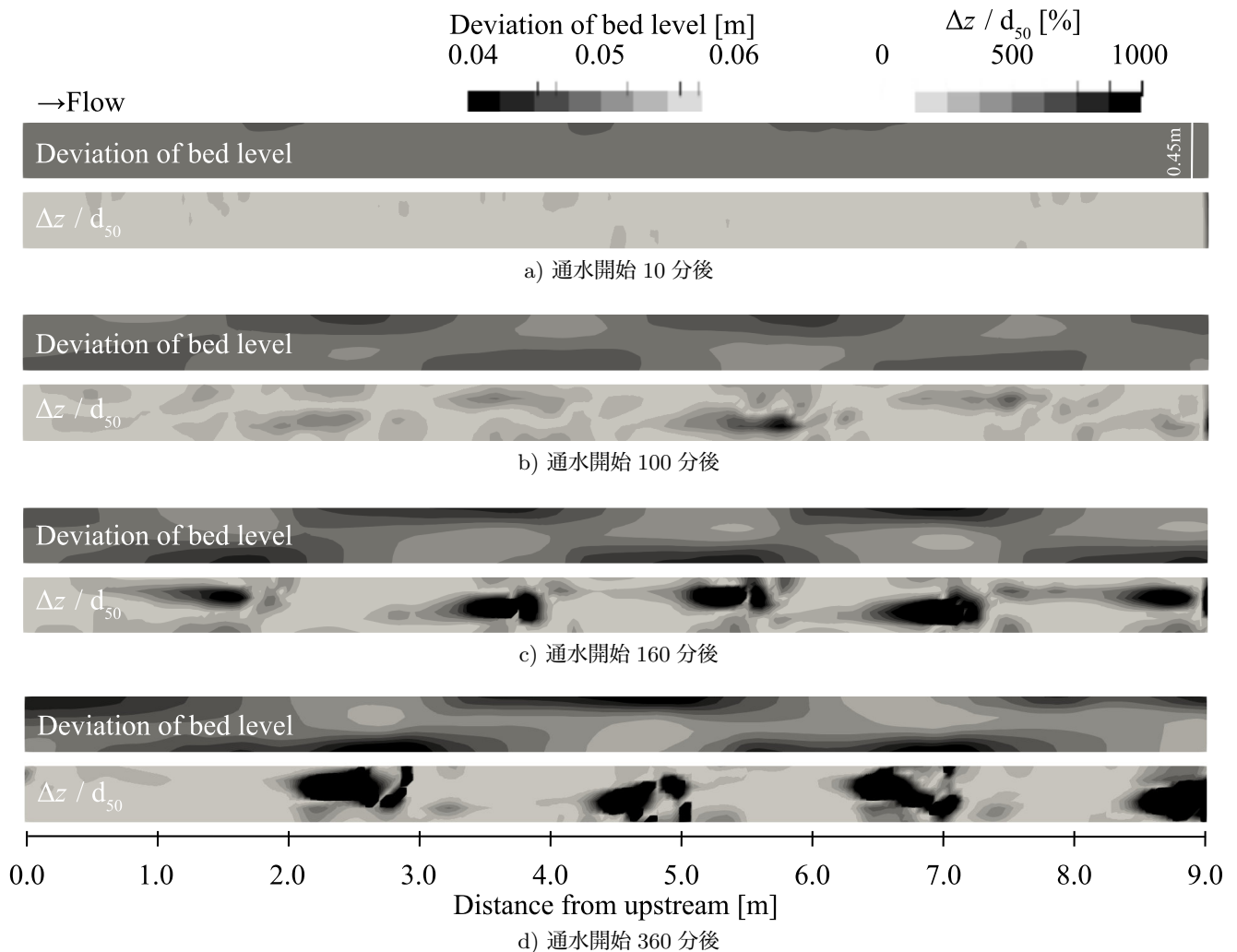


図-3 上図：底面形状，下図：河床変動量の差分値/粒径の偏差量の平面コンター

160分程度までにおいては定義がした特徴点における実測値を1桁以内の精度で推定できている事がわかった。

3.3 河床変動量を用いた河床波の理論式の検証

前節では河床波の波速の理論式の妥当性の検証として、砂州前縁部に設けた特徴点により算出した波速の実測値と同式による理論値の比較を実施した。ただし、交互砂州が十分に発達した以後においては、交互砂州の全体は漸変流の状態に対して、特徴点近傍は水面も底面も急勾配となり、局所的な流れの状態となる。このため、特徴点とした砂州前縁部以外の箇所における同理論式の妥当性の検証が別途必要である。そこで本節では、式(6)の偏微分方程式に着目し、河床変動量の実測値を用いた河床波の波速の理論値の評価を行った。

図-3の上図に底面形状、下図に河床変動量の実測値に対する理論値の差分を粒径で除した無次元量を $\Delta z / d_{50}$ として平面コンターで示す。図中の河床変動量の実測値は10分間隔で計測した前後の底面高の差分し、河床変動量の理論値は式(6)を用いて算出した。

図-3のa) 通水開始から10分後に着目すると底面形状は初期平坦床とほぼ変わらず、式(6)により河床変動量を推定できている。次にb) 通水開始から100分後に着目すると、交互砂州の堆積部において偏差量が大きくなり粒径の3、4倍程度ではあるが、その他の領域は良好に河床変動量を推定できていることが確認できる。c) 通水開始から160分やd) 360分後においては、交互砂州の堆積部や砂州前縁部の偏差量が粒径の10倍以上大きくなっていることがわかる。この傾向は、前節での検証の結果と一致するものである。少なくとも通水開始から100分程度までは1桁以内の精度で、式(6)を用いて交互砂州の波速を推定できることが明らかとなった。

4 交互砂州の流下に対する支配水理量の把握

前章における波速の理論式の妥当性について検証を行い、初期平坦床から流下が活発な状態であれば同理論式の適用性が非常に優れていることがわかった。本章では同理論式を構成する種々の水理量が交互砂州の流下に及ぼす影響について明らかにする。

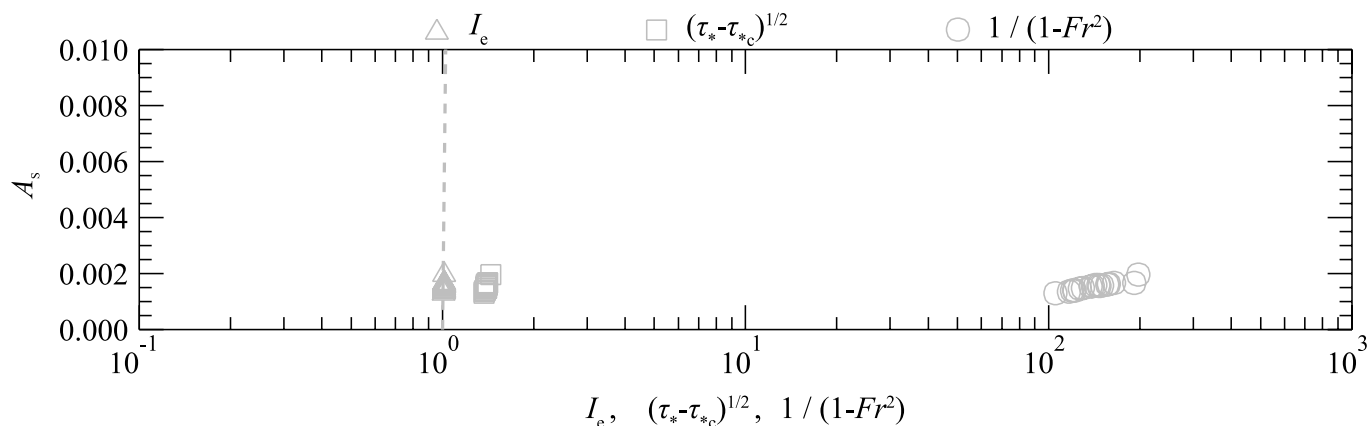


図-4 無次元波速に対する各諸量の対応関係

図-4に無次元量の波速(以下、無次元波速)に対するエネルギー勾配、無次元掃流力項、フルード数項の対応関係を示す。図中の破線は横軸と縦軸の1対1の関係を示している。無次元波速に対する各水理量の関係はその全てにおいて正の相関であることが分かる。まず、無次元波速とエネルギー勾配の関係に着目するとその関係は両者のオーダーが 10^{-3} 同士でありほぼ1対1の関係であることが分かる。また、無次元波速と無次元掃流力の関係は 10^4 、無次元波速とフルード数の関係では 10^5 ほどオーダーが異なることが分かる。波速に対して寄与度が最も大きい水理量はエネルギー勾配である。このことから波速の理論式の支配変数はほぼエネルギー勾配であることがわかった。

5 おわりに

本研究では交互砂州の流下状態を理論的に評価し、以下の成果を得た。

- 1) 導出した理論式の妥当性について調べ、交互砂州の発生から流下が活発な状態までなら1桁以内の精度で交互砂州の波速を推定できる。
- 2) 交互砂州の流下に対する支配水理量はエネルギー勾配であることを明らかにした。

これまで交互砂州の流下に関する議論は無次元掃流力を用いた流砂の有無だけに留まっていた^{8),9),10)}。本研究では河床波の波速の理論式を用いることで、交互砂州の流下状態を把握できることを示した。

謝辞： 本研究の実施にあたり、新潟県土木部と国土技術センターから支援を頂いた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) Callander, R. A.: Instability and river channels, *J. Fluid Mech.*, 36: 465-480, 1969.
- 2) 黒木幹男, 岸力: 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, No. 342, pp.87-96, 1984.

- 3) Colombini M, Seminara G, Tubino M. 1987 Finite-amplitude alternate bars. *J. Fluid Mech.*, 181:213-232.
- 4) 木下良作, 石狩川河道変遷調査, 科学技術庁資源局資料, 第36号, 科学技術庁資源局, 1963.
- 5) Defina, A. Numerical experiments on bar growth, *Water Resour. Res.*, VOL. 39, NO. 4, 1092, doi:10.1029/2002WR001455, 2003.
- 6) J.P.C. Eekhout et al. Field experiment on alternate bar development in a straight sand-bed stream, *Water Resour. Res.*, VOL. 49, 8357-8369, doi:10.1002/2013WR014259, 2013.
- 7) Federici B, Seminara G. On the convective nature of bar instability. *J. Fluid Mech.* 487:125-45, 2003.
- 8) Venditti, J. G., P. A. Nelson, J. T. Minear, J. Wooster, and W. E. Dietrich: Alternate bar response to sediment supply termination, *J. Geophys. Res.*, 117, F02039, doi:10.1029/2011JF002254, 2012.
- 9) Podolak C. J. P. and Wilcock P. R.: Experimental study of the response of a gravel streambed to increased sediment supply, *Earth Surf. Process. Landforms*, 38, 1748-1764, 2013.
- 10) 石原道秀, 安田浩保, 五十嵐拓実, 交互砂州の流下速度の低下要因について, 土木学会論文集 B2(水工学), Vol.74, No.4, I.1111-I.1116, 2018.
- 11) 星野剛, 安田浩保, 倉橋将幸, 交互砂州の形成機構の解明に向けた水面と底面の同時計測手法の開発, 土木学会論文集 A2(応用力学), 74巻1号, pp.63-pp.74, 2018.
- 12) 黒木幹男, 岸力, 清水康行, 河床変動の数値計算法に関する研究, 第17回自然災害科学総合シンポジウム, pp.175-pp.178, 1980.
- 13) 藤田裕一郎, 小池剛, 古川隆司, 村本嘉雄, 交互砂州の発生過程に関する二, 三の実験, 京都大学防災研究年報, 第28号 B-2, 1986.